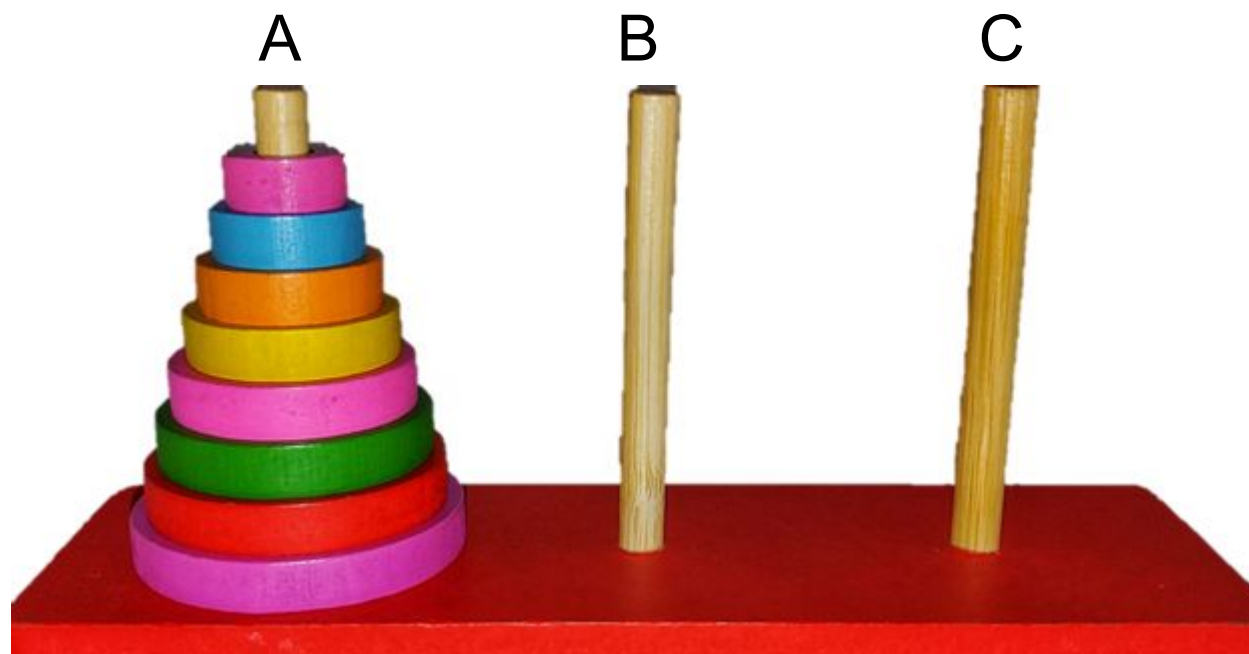




# La Torre de Hanoi



Hay una leyenda que dice que en Hanoi hay una torre de 64 discos de diferentes tamaños. Inicialmente todos los discos están uno encima del otro en el poste A como se muestra en la figura, y un grupo de monjes trabajan incansablemente para mover los discos al poste B. Ellos solamente pueden mover un disco a la vez, y nunca pueden tener un disco más grande encima de un disco más pequeño. Cuando los monjes completan esta labor, la leyenda dice que se acabará el mundo.

**Si suponemos que los monjes comienzan ahora y que pueden mover un disco por segundo, sin interrupción, ¿cuán rápido se acabará el mundo?**



## Intermedio

1. ¿Cuántos movimientos tomará mover todos los discos cuando solamente hay un disco?
2. ¿Cuántos movimientos tomará mover todos los discos cuando hay dos discos?
3. ¿Cuál es el número mínimo de movimientos que tomará en el caso de tres discos?
4. ¿Cuál es el número mínimo de movimientos que tomará en el caso de cuatro discos?
5. Generalización: ¿Cuál es el número mínimo de movimientos que tomará en el caso de  $n$  discos?
6. Si los monjes nunca se equivocan, y pueden mover un disco por segundo, 24 horas al día, ¿cuántos años les tomará completar la torre de 64 discos?



## Avanzado

7. Ahora repite los problemas anteriores, pero con una regla adicional: Cada disco debe ser movido desde el poste C o al poste C, nunca directamente entre los postes A y B.

8. Demuestra que, al resolver el ejercicio anterior, debes encontrar cada arreglo legal de discos en los tres postes.

9. Deja que  $Q_n$  sea el número de movimientos requeridos para mover una torre de  $n$  discos del poste A al poste B con todos los movimientos siendo “hacia adelante” (es decir, de A a B, o de B a C, o de C a A). Del mismo modo, sea  $R_n$  el número de movimientos requeridos para mover una torre de  $n$  discos del poste B del poste A con todos los movimientos hacia adelante. Demuestra que

$$Q_n = \begin{cases} 0, & \text{if } n = 0 \\ 2R_{n-1}, & \text{if } n > 0 \end{cases} \quad R_n = \begin{cases} 0, & \text{if } n = 0 \\ Q_n + Q_{n-1} + 1, & \text{if } n > 0. \end{cases}$$

10. Una Torre Doble de Hanoi contiene  $2n$  discos de  $n$  diferentes tamaños, dos de cada tamaño. ¿Cuántos movimientos tomará mover una torre doble del poste A al poste B (bajo la regla usual de un disco a la vez del problema inicial)?

11. Generalización: ¿Cómo sería en el caso de tener un número dado de repeticiones en cada poste, por ejemplo, 1 del más pequeño, 2 del siguiente más pequeño, 3 del siguiente más pequeño, y 5 del disco más grande?