ثانوية الإمام مالك التأهيلية نيابة الداخلة	الفرض المنزلي رقم 2 للسنة الثانية باكالوريا مسلك علوم الحياة والأرض	السنة الدراسية 2014/2013 الأستاذ:ميمون البوزيدي

التمرين رقم 1: (5ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \left(\dfrac{2n+1}{4n+6}\right)\times u_n ; (\forall n\in\mathbb{N}) \end{cases}$

1) أحسب u_1 و u_2

2) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}); 0\le u_n \le 1$

3) أدرس رتابة (u_n) ثم استنتج أن (u_n) متقاربة

4) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي: $(\forall n\in\mathbb{N}) : v_n = (2n+1)\times u_n$

أ- بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$

ب- حدد v_n ثم u_n بدلالة n

ج- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

التمرين رقم 2: (12ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{x^2}{(2\sqrt{x}-1)^2}$ وليكن $(\mathcal{C}_f)$ منحناها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1) تحقق من أن $D_f = \left[0,\frac{1}{4}\right[\cup\left]\frac{1}{4},+\infty\right[$ حيث D_f حيز تعريف الدالة f

2) أ- بين أن $\lim\limits_{x\to\frac{1}{4}} f(x) = +\infty$

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وبين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \dfrac{1}{4}$

ج- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x)-\frac{1}{4}x\right) = +\infty$

د- استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$

3) بين أن $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{f(x)}{x} = 0$ ؛ ما التأويل الهندسي لهذه النتيجة؟

4) أ- بين أن $(\forall x > 0):\quad f'(x) = \dfrac{2x(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}-1)}{(2\sqrt{x}-1)^4}$

ب- حدد إشارة $f'(x)$ واستنتج أن f تزايدية قطعا على كل من $\left[0,\frac{1}{4}\right[$ و $[1,+\infty[$ وتناقصية قطعا على المجال $\left]\frac{1}{4},1\right]$

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f

5) أ- نقبل أن $(\forall x > 0):\quad f''(x) = \dfrac{2-\sqrt{x}}{(2\sqrt{x}-1)^4}$ ؛ حدد نقطة انعطاف $(\mathcal{C}_f)$

ب- بين أن $f(x)-x = \dfrac{-x(3\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}{(2\sqrt{x}-1)^2}$ واستنتج أن $\forall x\in[1,+\infty[:\ f(x)\le x$

6) أنشئ $(\mathcal{C}_f)$

7) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n); \forall n\in\mathbb{N} \end{cases}$

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}) : u_n \ge 1$

ب- أدرس رتابة (u_n) (يمكنك استعمال السؤال 5 ب)

ج- استنتج أن (u_n) متقاربة واحسب نهايتها