Lycée ANISSE	D.S.N°3	1/2	2.B.S.V.T+P.C

التمرين الأول : جميع أسئلة هذا التمرين مستقلة. (5ن)

1°- $(u_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أساسها $r=-3$ وحدها الأول $u_0=2$.

أ- أكتب u_n بدلالة n، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. (0,...)

ب- نضع : $S_n = u_0+u_1+\dots+u_n$

بين أن: $S_n = \dfrac{-3n^2+n+4}{2}$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{1}{n^2}S_n$. (1,...)

2°- لتكن $(v_n)_{n\geq 1}$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

$(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $v_n = \dfrac{n^2+\sin(n)}{n^2-\sin(n)}$

أ- تحقق من أن: $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$: $\left|\dfrac{\sin(n)}{n^2}\right| \leq \dfrac{1}{n^2}$ (0,7...)

ب- استنتج نهاية : $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{\sin(n)}{n^2}$ (0,7...)

ج- بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 1$ (1ن)

التمرين الثاني : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة كما يلي: (6,5ن)

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 4 \quad \text{و} \quad n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

1°- أ- بين بالترجع أن: $(\forall n\in\mathbb{N})$: $2\leq u_n<6$ (1ن)

ب- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تزايدية قطعا. (0,75)

2°- نضع لكل n من $\mathbb{N}$، $v_n = u_n - 6$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $1/3$ (1ن)

ب- حدد v_n بدلالة n. (0,5)

Lycée ANISSE	D.S.N°3	2/2	2.B.S.V.T+P.C

ج- استنتج أن: $(\forall n\in\mathbb{N})$: $u_n = 2\left(3-2\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)$ (1ن)

د- حدد نهاية المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$. (0,75)

3°- نضع : $S_n = v_0+v_1+\dots+v_n$

بين أن: $S_n = 6\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}-1\right)$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$. (1,5)

التمرين الثالث : (8,5ن)

I- لتكن g الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ ب :

$g(x) = x^2+2-2\ln x$

1°- أ- احسب $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. (0,75)

ب- بين أن : $g'(x) = \dfrac{2(x+1)(x-1)}{x}$: $(\forall x\in]0,+\infty[)$ (0,75)

2°- أعط جدول تغيرات الدالة g. (0,75)

ب- استنتج أن لكل x من $]0,+\infty[$: $g(x)>0$. (0,75)

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ ب : $f(x) = x-2+\dfrac{2\ln x}{x}$

و (C) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°- أ- احسب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها. (0,75)

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. (0,75)

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) على $]0,+\infty[$. (0,5)

2°- أ- بين أن: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$: $(\forall x>0)$ واستنتج أن f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$. (1,25)

ب- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1,2[$. (0,75)

ج- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C) مبرزا نقطة انعطافه. (1,5)