

www.9alami.info

www.9alami.info

التمرين 1

الفضاء منسوب للمعلم المتعامد المنظم المباشر $(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ لتكن النقط $A(1,1,2)$ و $B(0,1,0)$ و $C(2,0,2)$ و $D(1,0,0)$ 1. أ. حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ ب. استنتج أن $2x+2y-z-2=0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (ABC)

2. ليكن المستقيم :

$$(D) \begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 1 - 4t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

أ. بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوى (ABC) .ب. حدد مثلوث إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوى (ABC) 3. لتكن (S) الفلكة التي مركزها $\Omega(1,3,-3)$ و مارة من D .أ. بين أن شعاع الفلكة (S) هو $R=3\sqrt{2}$ ، ثم أعط معادلة ديكرتية للفلكة (S) ب. بين أن المستوى (ABC) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة مركزها النقطة H وشعاعها $r=3$

التمرين 2

1. أ. حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة التالية :

$$(E) \quad z^2 + 4\sqrt{3}z + 16 = 0$$

ب. أعط شكلا أسيا لكل حل من حلول المعادلة (E) .2. نعتبر في المستوى العقدي المنسوب للمعلم المتعامد المباشر (O, \bar{u}, \bar{v}) ، النقط C, B, A التي ألقاها على التوالي هي : $a=4$ ، $b=-2\sqrt{3}+2i$ ، $c=2-\sqrt{3}+i$ أ. تحقق من أن النقطة C هي منتصف القطعة $[AB]$.ب. بين أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $\frac{5\pi}{6}$.ج. استنتج أن المثلث OAB متساوي الساقين و أن $\arg(z_c) = \frac{5\pi}{12} [2\pi]$.

التمرين 3

$$1. \text{ أ. تحقق من أن : } (\forall x \in \mathbb{R}) : \frac{e^x + 2e^{-x} + 1}{e^x + 2} = e^{-x} + \frac{e^x}{e^x + 2}$$

ب. استنتج قيمة التكامل I التالي :

$$I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x + 2e^{-x} + 1}{e^x + 2} dx$$

2. باستعمال المكاملة بالأجزاء أحسب التكامل التالي : $J = \int_1^e \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) \ln x dx$

المسألة

التقيط

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$

ليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ بحيث $\|\vec{i}\| = 2cm$

1. أحسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا لكل من النتيجتين

1

2. أ. بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}) : f'(x) = \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$

0.5

ب. أعط جدول تغيرات الدالة f .

0.5

3. أ. بين أن النقطة $I\left(0, \frac{1}{2}\right)$ مركز تماثل للمنحنى (C)

0.5

ب. حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة I

0.5

4. أ. بين أن: $f''(x) = \frac{e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$

0.5

ب. أدرس تقعر المنحنى (C) .

0.5

5. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = f(x) - x$

1

أ. بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) : g'(x) = -\frac{e^{2x} + e^x + 1}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج g تناقصية قطعا على \mathbb{R}

0.5

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} وأن $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

0.5

ج. استنتج أن $(\forall x \in [0, \alpha]) : g(x) \geq 0$.

0.5

6. أنشئ المنحنى (C) والمماس (T) في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$

0.5

7. أحسب مساحة الحيز المحصور بين محور الأفاصيل و المنحنى (C) والمستقيمين المعرفين

بالمعادلتين $x=0$ و $x=1$

0.5

8. أ. بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على المجال $]0,1[$

0.5

ب. بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق في α وأن $(f^{-1})'(\alpha) = \frac{1}{\alpha - \alpha^2}$

0.5

ج. أنشئ (Γ) منحنى الدالة f^{-1} في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$ بلون مغاير.

0.5

د. حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من $]0,1[$.

9. نعتبر المتتالية العددية (u_n) معرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad : \forall n \in \mathbb{N}$$

0.5

أ. بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leq u_n \leq \alpha$.

0.5

ب. بين أن المتتالية (u_n) تزايدية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال 5 ج).

ج. بين أن المتتالية (u_n) متقاربة محدد نهايتها.

0.5