

يسمح باستخدام الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التعريف الأول (3 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد معنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط  $A(-2, 8, 2)$  و  $B(0, 4, 2)$  و  $C(4, -4, 2)$  والفلكة (S) التي معادلتها الديكارتيّة :  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 8y + 12z = 0$

1- بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطه  $\Omega(2, -4, 0)$  وأن شعاعها هو  $2\sqrt{2}$  ثم تحقّق أن  $C \in (S)$  0,75

2- أ- بين أن مثلث  $OAB$  إحداثيات المتجهيّة  $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$  هو  $(8, 4, -4)$  ثم احسب مساحة المثلث OAB 0,75

ب- بين أن  $2x + y - 2z = 0$  هي معادلتها ديكارتيّة للمستوى (DAB) . 0,25

ج- بين أن المستوى (DAB) يقطع الفلكة (S) ونقطة دائريّة معددا شعاعها ووترها. 0,75

3- ليكن (D) المستقيم المار من النقطه C ومرتبط بالمتجه  $\vec{u}(-1, -\frac{1}{2}, 1)$  . 0,25

أ- بين أن المستقيم (D) عمودي على المستوى (DAB) . 0,25

ب- استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في النقطه C . 0,25

التعريف الثاني (3 ن)

المستوي العقدي منسوب إلى معلم متعامد معنظم مباشر  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1- حل في المجموعة C المعادلة :  $z^2 - 6z + 13 = 0$  0,5

2- نعتبر النقط A و B و C التي إحداثياتها التوابع  $a = 1$  و  $b = 3 - 2i$  و  $c = \bar{b}$  0,5

أ- اكتب على الشكل المثالي العددين العقديين  $c - a$  و  $b - a$  0,5

ب- استنتج أن :  $\frac{c-a}{b-a} = e^{i\frac{\pi}{4}}$  . ماهي طبيعته المثلث ABC ؟ (علل جوابك) 0,75

3- ليكن  $\pi$  الدوران الذي مركزه A زاوية  $\frac{\pi}{2}$  وليكن النقطتين  $M(\frac{2}{3})$  و  $M'(3)$  بحيث :  $\pi(M) = M'$  0,5

أ- بين أن  $z' = iz + 1 - i$  0,25

ب- تحقّق أن لخط النقطه D محور النقطه C بالدوران  $\pi$  هو  $d = -1 + 2i$  0,25

ج- بين أن النقطه A هي منتصف القطعة [BD] ثم استنتج أن النقطه B هي محوره 0,5

النقطه A بتحايل مركزه D معدداً نسبته .

التعريف الثالث (3 ن)

يحتوي هيدروجين على ست كرات بفضاء تعمل الأرقام 0;0;0;1;2 و على كرتين سوداوين تحملان الأرقام 0;1

لا يمكن التمييز بين الكرات باللون .

1- ن سحب عشوائياً بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الهيدروجين، نعتبر الأحداث التاليّة :

A « الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون » ، B « الكرتان المسحوبتان تحملان رقمين زوجيين »

- أ- احسب  $p(A)$  و  $p(B)$  . 0,5  
 ب- بين أن احتمال الحدث  $(B \cap A)$  هو  $\frac{3}{14}$  ، هل الحدثان  $A$  و  $B$  مستقلان؟ 0,75  
 ج- بين أن احتمال الحدث «الكرتان المسعورتان لهما نفس اللون أو تعلمان رقمين زوجيين» هو  $\frac{23}{28}$  0,5  
 د- شعب عشوائيا ثمانية ثلاث كرات من الصندوق ، وليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل سحب بعدد الكرات التي تجعل أرقاما زوجية .  
 أ- بين أن التوزيع يمكن أن يأخذها  $X$  هي  $0; 1; 2; 3$  . 0,25  
 ب- بين أن :  $p(X=1) = \frac{15}{56}$  و أن :  $p(X=2) = \frac{15}{28}$  0,5  
 ج- حدد قانون احتمال  $X$  . 0,5

التعريف الرابع (1,5 ن)

- أ- تحقق أن كل  $x$  من  $\mathbb{R}_+$  :  $\frac{x^2+x}{x+1} = x^2 - x + 2 - \frac{2}{x+1}$  0,25  
 ب- استنتج قيمة التكامل :  $\int_0^1 \frac{x^2+x}{x+1} dx$  0,5  
 ج- باستعمال مكاملة الأجزاء ، بين أن :  $\int_0^1 (3x^2+1) \ln(x+1) dx = 4 \ln 2 - \frac{11}{6}$  0,75

مسألة : (9,5 ن)

- (I) لتكن  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $g(x) = (-x^2 + 3x - 1)e^{-x} + 1$  0,25  
 أ- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$  0,25  
 ب- تحقق أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g(x) = -\frac{x^2}{e^x} + 3 \cdot \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} + 1$  ثم استنتج أن :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$  0,5  
 ج- أ- بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $g'(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$  0,5  
 ب- ادرس إشارة  $x^2 - 5x + 4$  ثم استنتج أن الدالة  $g$  تزايدية على كل من المجالين  $]-\infty; 1]$  و  $[4; +\infty[$  وتناقصية على المجال  $[1; 4]$  ، ضع جدول تغيرات الدالة  $g$  . 0,75  
 أ- بين أن :  $g(x) > 0 \quad \forall x \in [4; +\infty[$  (لاحظ أن :  $g(4) > 0$ ) 0,5  
 ب- بين أن :  $g(x) > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$  و أن :  $g(x) < 0 \quad \forall x \in ]-\infty; 0]$  (لاحظ أن :  $g(0) = 0$ ) 0,5  
 (II) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$   
 وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في مخطط متعامد منظم  $(0; \frac{\pi}{2})$  .  
 أ- تحقق أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = x((x-1)e^{-x} + 1)$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و بين أن المنحنى (C) يقع فرعا شامليا في اتجاه محور الأرتيب بجوار  $-\infty$  . 0,75  
 أ- تحقق أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$  ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  0,5  
 ب- بين أن المستقيم (A) الذي معادلته :  $y = x$  ، مقارب ملائ للمنحنى (C) بجوار  $+\infty$  0,5

3) أ - بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = g(x)$  . 0,5

ب - بين أن البالة  $f$  تتزايدية على  $[0; +\infty[$  وتناقصية على  $] -\infty; 0]$  . 0,5

4) أ - تحقق أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$   $f(x) - x = x(x-1)e^{-x}$  واستنتج أن :  $f(x) \leq x \forall x \in [0; 1]$  0,75

ب - أنشئ المنحنى (C) . 1

III - نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \geq 0}$  المعرفة بإيلي :  $u_0 = \frac{1}{2}$  وكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$  0,75

1 - بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $0 \leq u_n \leq 1$  . 0,5

2 - بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية . 0,5

3 - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب نهايتها . 0,75