

7	المعامل:
---	----------

www.9alami.info

المادة: الرياضيات

3س	مدة الإنجاز:
----	-----------------

شعبة العلوم التجريبية بمسلكها - علوم الحياة والأرض - علوم فيزيائية -

الشعب(ة):
أو المسلك

معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان: 3 ساعات؛
- عدد الصفحات: (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان الموضوع)؛
- يمكن للمرشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- في حالة عدم تمكن المرشح من الإجابة عن سؤال ما، يمكنه استعمال نتيجة هذا السؤال لمعالجة الأسئلة الموالية؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة.

معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين مستقلة فيما بينها وتوزع حسب المجالات كما يلي:

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
5.75 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الأول
4.25 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الثاني
10 نقط	دراسة وتمثيل دالة لوغاريتمية دراسة متتالية عددية	التمرين الثالث

الموضوع

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول: (5.75)

- 0.75 (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $Z^2 - 4Z + 16 = 0$
- 0.5 (2) نضع $u = 2 + 2\sqrt{3}i$ و $v = \bar{u}$
- 0.75 أ- أعط الشكل المثلثي للعدد u واستنتج الكتابة الأسية للعدد v .
- 0.75 ب- بين أن $u^{15} + v^{15} = -2^{31}$
- (3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2)$ نعتبر النقط A و B و C التي ألحقها على التوالي : u و v و -4
- 0.75 أ- بين أن النقط A و B و C تنتمي إلى دائرة (C) مركزها O وشعاعها 4
- 0.5 ب- أعط الكتابة العقدية للدوران r الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$.
- 0.5 ج- تحقق أن A هي صورة B بالدوران r واستنتج طبيعة المثلث ABC
- (4) لتكن النقطة I التي ألحقها $-1 + i\sqrt{3}$
- 0.75 أ- تحقق أن I منتصف القطعة $[AC]$ واستنتج أن المستقيم (OI) هو واسط القطعة $[AC]$.
- 0.5 ب- بين أن النقط B و I و O مستقيمية.
- 0.75 ج- حدد لحق النقطة D بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع ثم بين أنه معين.

التمرين الثاني: (4.25)

- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{4 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .
- 0.25 (1) أ- تحقق أن $u_{n+1} = -2 + \frac{5}{4 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .
- 0.75 ب- بين أن : $-1 < u_n < 3$ لكل n من \mathbb{N} .
- 0.75 (2) أ- بين أن : $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n + 1)(u_n - 3)}{4 - u_n}$ لكل n من \mathbb{N} ثم استنتج رتبة المتتالية (u_n) .
- 0.5 ب- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة و أن نهايتها تنتمي إلى المجال $[-1, 2]$.
- (3) نضع : $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$ لكل n من \mathbb{N} .
- 0.75 أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 5$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

ب- بين أن: $u_n = \frac{3+v_n}{1-v_n}$ لكل n من \mathbb{N} واستنتج أن $u_n = \frac{9-5^n}{3+5^n}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) . 0.75

(4) حدد قيم n من \mathbb{N} التي من أجلها يكون: $10^{-4} < u_n + 1 < 10^{-3}$. 0.5

التمرين الثالث: (10 ن)

I. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $I =]-1, +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = (x-1)\ln(x+1) + x$$

و (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \bar{i}, \bar{j})

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. 0.5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ 0.75

ج- بين أن: $f(x) \leq x$ ($\forall x \in [0, 1]$). 0.5

(2) أ- بين أن: $f'(x) = \frac{2x}{x+1} + \ln(x+1)$ لكل x من I . 1

ب- احسب $f'(0)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. 0.5

ج- أثبت أن الدالة f تزايدية قطعا على $[0, +\infty[$ وتناقصية قطعا على $]-1, 0]$ 1

(3) أ- أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y = x$ في المعلم (O, \bar{i}, \bar{j}) . 1

ب- حدد عدد حلول المعادلة $1 + \ln(x+1) = \frac{2014}{x-1}$ على المجال I (علل جوابك) 1

(4) ليكن g قصور الدالة f على $[0, +\infty[$. 0.5

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال R يتم تحديده. 0.5

ب- احسب $g^{-1}(1)$ و $(g^{-1})'(1)$. 0.5

ج- احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x}$ (علل جوابك). 0.5

II. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بمايلي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = g(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين أن: $0 < u_n < 1$ لكل n من \mathbb{N} . 0.5

(2) بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية واستنتج أنها متقاربة. 0.5

(3) أ- بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ 0.5

ب- بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 0$ 0.75

ب- بين أن: $u_n = \frac{3+v_n}{1-v_n}$ لكل n من \mathbb{N} واستنتج أن $u_n = \frac{9-5^n}{3+5^n}$ ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) . 0.75

(4) حدد قيم n من \mathbb{N} التي من أجلها يكون: $10^{-4} < u_n + 1 < 10^{-3}$. 0.5

التمرين الثالث: (10 ن)

I. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $I =]-1, +\infty[$ بما يلي:

$$f(x) = (x-1)\ln(x+1) + x$$

و (C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \bar{i}, \bar{j})

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. 0.5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ 0.75

ج- بين أن: $f(x) \leq x$ ($\forall x \in [0, 1]$). 0.5

(2) أ- بين أن: $f'(x) = \frac{2x}{x+1} + \ln(x+1)$ لكل x من I . 1

ب- احسب $f'(0)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. 0.5

ج- أثبت أن الدالة f تزايدية قطعا على $[0, +\infty[$ وتناقصية قطعا على $]-1, 0]$ 1

(3) أ- أنشئ المنحنى (C_f) والمستقيم الذي معادلته $y = x$ في المعلم (O, \bar{i}, \bar{j}) . 1

ب- حدد عدد حلول المعادلة $1 + \ln(x+1) = \frac{2014}{x-1}$ على المجال I (علل جوابك) 1

(4) ليكن g قصور الدالة f على $[0, +\infty[$. 0.5

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال R يتم تحديده. 0.5

ب- احسب $g^{-1}(1)$ و $(g^{-1})'(1)$. 0.5

ج- احسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x}$ (علل جوابك). 0.5

II. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بمايلي: $u_0 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = g(u_n)$ لكل n من \mathbb{N}

(1) بين أن: $0 < u_n < 1$ لكل n من \mathbb{N} . 0.5

(2) بين أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية واستنتج أنها متقاربة. 0.5

(3) أ- بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ 0.5

ب- بين أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = 0$ 0.75