ثانوية أنيس الخصوصية	الامتحان التجريبي الأول مادة الرياضيات دورة فبراير 2012	الشعبة: ع ف + ع ح ء المستوى: 2 باكالوريا مدة الإنجاز: 3 ساعات

1/3

التمرين الأول: (3ن)

جميع أسئلة هذا التمرين مستقلة.

A - حل في المجموعة $\mathbb{R}$ ما يلي:

1,5ن	$\log_{\frac{1}{2}}(2x+1) \geq \log_{\frac{1}{2}}(x+4)$	$e^{2x+1} = \frac{1}{e^x}$	$e^x + e^{-x} = 2$

B - حدد النهايتين التاليتين.

1ن	$\lim_{n \to +\infty} n^{2/3} - n^{-1/4}$	$\lim_{n \to +\infty} \frac{2^n + 3^n}{2^n - 3^n}$

C - (0,5ن) نعتبر العدد العقدي u المعرف كما يلي: $u = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^4$

احسب $\bar{u}$ مرافق العدد u، ثم استنتج أن u عددا حقيقيا.

التمرين الثاني: (2,5ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{u_n^3}{3u_n^2+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1° - أ - بين أن $u_n > 0$ لكل n من $\mathbb{N}$. (0,5ن)

ب - بين أن (u_n) متتالية تناقصية. (0,5ن)

ج - استنتج أن (u_n) متقاربة. (0,25ن)

2° - أ - بين أن $u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$. (0,5ن)

ب - استنتج أن: $u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم حدد نهاية (u_n). (0,75ن)

  www.9alami.info

ن 2,5	التمرين الثالث :	1° - حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 2z + 2 = 0$
ن 1		
		2° - نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، النقط A ، B ، C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a = -\sqrt{2}$ و $b = 1 + i$ و $c = 1 - i$ ، $d = (\sqrt{2} + 1) + i$
ن 0,75		أ - مثل في المستوى العقدي النقط A و B و C .
ن 0,5		ب - بين أن : $\dfrac{b-a}{c-a} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$
ن 0,75		ج - اعط شكلا أسيا للعدد العقدي $\dfrac{1}{\sqrt{2}}(1+i)$ ، ثم استنتج أن النقطة B هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $\pi/4$.
ن 0,5		د - تحقق من أن النقطتين O و A تنتميان إلى واسط القطعة $[BC]$
ن 0,25		ه - استنتج أن : $(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB}) \equiv \dfrac{\pi}{8} \ [2\pi]$
ن 0,5		و - تحقق من : $d = \sqrt{2}\left(\dfrac{a-b}{a}\right)$ ، ثم استنتج عمدة للعدد العقدي d .

ن 10,25	التمرين الرابع :	I : نعتبر الدالة العددية g المعرفة بمايلي :
		$g : x \longmapsto (1+x)^2 - 1 + \ln(1+x)$
ن 0,5		1° - تحقق من أن مجموعة تعريف الدالة g هي : $D =]-1, +\infty[$
ن 0,75		2° - أ - بين أن لكل x من D لدينا : $g'(x) = \dfrac{1 + 2(1+x)^2}{1+x}$
ن 0,5		ب - استنتج أن الدالة g تزايدية قطعا على D .
ن 0,25		3° - أ - احسب $g(0)$
ن 0,5		ب - استنتج أن الدالة g موجبة على المجال $[0, +\infty[$ وسالبة على المجال $]-1, 0]$

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي :

$$f : x \longmapsto x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1° - أ - بين أن $\lim_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x) = +\infty$ وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. 0,5

ب - بين أن : $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$. 0,5

2° - ليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y = x$.

أ - بين أن : $\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x] = 0$ ، ثم أول هندسيا 0,75

ب - حل في المجال $]-1,+\infty[$ المعادلة $f(x) = x$. 0,5

ج - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) . 0,5

3° - أ - بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال $]-1,+\infty[$ وأن : 0,75

$$(\forall x \in]-1,+\infty[) \quad : \quad f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$$

ب - اعط جدول تغيرات الدالة f . 0,5

4° - ارسم (C) و (Δ) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. 1

III - نعتبر المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 2/e \\ U_{n+1} = f(U_n) \quad ; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1° - بين بالترجع أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $0 \leq U_n \leq 4$. 1

2° - بين أن المتتالية (U_n) تناقصية . 0,75

3° - بين أن (U_n) متقاربة واحسب نهايتها . 1