

التمرين 1: 10 ن

- (1) بين أن:  $\forall n \in \mathbb{N}^+ : 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  C1
- (2) ليكن  $a_1, a_2, \dots, a_n$  أعدادا حقيقية موجبة. بين:  $\prod_{i=1}^n (1+a_i) \geq 2^n \sqrt{\prod_{i=1}^n a_i}$  C2
- (3) حدد قيمة حقيقة العبارة:  $\forall x \in \mathbb{R} : 1-x+x^2 \neq y$  ;  $\exists y \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right[$  C1
- (4) حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة:  $\sqrt{x^2+2} < 1-x$  C2
- (5) ليكن  $x, y$  عددين حقيقيين موجبين C1
- أ- بين أن:  $x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = y = 0$  C1
- ب- استنتج:  $x + y + 2 = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} \Rightarrow x = y = 1$  C1
- (6) بين أن:  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$  . واستنتج أن  $\frac{1+\sqrt{2}}{2} \in \mathbb{Q}$  C2

التمرين 2: 3 ن

ليكن  $A$  و  $B$  و  $C$  أجزاء من مجموعة غير فارغة  $E$ . بين مايلي:

- 1  $(A \setminus B) \setminus (A \setminus C) = (A \cap C) \setminus B$  C2
- 2  $\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{cases} \Rightarrow B = C$  C1
- 3  $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$  C2

التمرين 3: 2 ن

$f$  تطبيق من  $E$  نحو  $F$  و  $A \subseteq E$  و  $B \subseteq E$  و  $C \subseteq F$  و  $D \subseteq F$ . بين أن:

- 1  $f^{-1}(C \cup D) = f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D)$  C2
- 2  $A \subseteq B \Rightarrow f(A) \subseteq f(B)$  C2

التمرين 4: 5 ن

نعتبر التطبيق  $f$  المعروف من  $\mathbb{R}$  نحو  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = x^2 - 6x + 2$ .

- (1) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = 2$ . ماذا تستنتج؟ C1
- (2) بين أن:  $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) \geq -7$ . ماذا تستنتج؟ C2
- (3) ليكن  $g$  قصور  $f$  على المجال  $]-\infty; 3]$ . C1
- بين أن  $g$  تقابل من  $]-\infty; 3]$  نحو  $[-7; +\infty[$ . وحدد التقابل  $g^{-1}$  العكسي للتطبيق  $g$ . C2

من اقتراح :  
ذ : سعيد فريدي

واجب منزلي رقم 1  
المستوى : ISM

ثانوية الخوارزمي التاهيلية  
سوق السبت

التمرين 1:

- 1- ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  اطوال أضلاع مثلث . بين أن :  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} > \frac{1}{b+c}$
- 2- ليكن  $a_1; a_2; \dots; a_n$  اعدادا حقيقية موجبة . بين :  $\prod_{i=1}^n (1 + a_i) \geq 2^n \sqrt{\prod_{i=1}^n a_i}$
- 3- بين أن مجموع سبع قوى متتابة للعدد 4 يقبل القسمة على 5461.
- 4- ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  اعدادا حقيقية بحيث :  $0 < a < b < c$  .  
بين أن :  $2b = a + c \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a+\sqrt{b}}} + \frac{1}{\sqrt{b+\sqrt{c}}} = \frac{1}{\sqrt{a+\sqrt{c}}}$
- 5- نعتبر العبارة :  $P : \forall m \in \mathbb{N}^* \text{ و } \forall n \in \mathbb{N}^* : \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{m} \right) \in \mathbb{N}$   
أ - حدد نفي  $P$  ب- استنتج قيمة حقيقة  $P$ .
- 6- حدد قيمة حقيقة العبارة :  $\exists y \in \left[ \frac{3}{4}; +\infty \right[ ; \forall x \in \mathbb{R} : 1 - x + x^2 \neq y$
- 7- حل في  $\mathbb{R}$  المتراجحة :  $\sqrt{x^2 + 1} - 2x \geq 0$

التمرين 2:

- نعتبر المجموعات التالية :  $E = \{1; 2; 3; a; b; c; d\}$  و  $A = \{1; 2; 3\}$  و  $B = \{a; b; c; d\}$
- 1- حدد بتفصيل :  $A^2$  و  $\mathcal{P}(A)$
  - 2- حل في  $\mathcal{P}(E)$  :  $X \cup A = B$  و  $X \cup A = A$  و  $X \cap A = A$

التمرين 4:

$f$  تطبيق من  $E$  نحو  $F$  و  $A \subset F$  و  $B \subset F$  و  $C \subset F$

- 1- بين أن :  
أ-  $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$   
ب-  $A \subset C \Rightarrow (A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$

2- بسط :  $[(A \cap B) \cap (A \cap C)] \cup A$

- 3- نفترض أن :  $\forall x \in E, f \circ f(x) = f(x)$  . بين أن :  
أ-  $f \circ f(x) = x \Rightarrow f = \text{تبايني}$  . ب-  $f \circ f(x) = x \Rightarrow f$  شمولي.

التمرين 4:

نعتبر التطبيق  $f$  المعرف من  $\mathbb{R}$  نحو  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x^2 + x + 9$

- 1- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلتين : أ-  $f(x) = 0$  ب-  $f(x) = -1$
- 2- هل  $f$  تطبيق تبايني ؟ هل  $f$  تطبيق شمولي ؟