

## التمرين الأول 8 نقط

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بما يلي:  $U_0 = \frac{1}{2}$  و  $U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{U_n + 2}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  و نضع  $(\forall n \in \mathbb{N}) : V_n = \frac{U_n + 1}{U_n - 2}$

(1) أحسب  $U_1$  و  $U_2$ . (0.5 ن)

(2) أ- بين أن  $0 < U_n < 2$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . (1 ن)

ب- أدرس رتبة المتتالية  $(U_n)$ . (1 ن)

(3) أ- بين أن  $(V_n)$  متتالية هندسية وحدد عناصرها. (1 ن)

ب- حدد صيغة  $U_n$  بدلالة  $n$ . (1.5 ن)

(4) أ- أثبت أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : |U_{n+1} - 2| < \frac{1}{2}|U_n - 2|$ . (1 ن)

ب- استنتج أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : |U_n - 2| < \frac{3}{2^{n+1}}$ . (1 ن)

(5) نضع:  $S_n = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{3}{U_k - 2}$ . حدد  $S_n$  بدلالة  $n$ . (1 ن)

## التمرين الثاني 5 نقط

نعتبر النقطتين  $A(2;0)$  و  $B(0;2)$  و المستقيم  $(T)$  الذي معادلته:  $x + y + 2\sqrt{2} = 0$ .

(1) أ- حدد معادلة المستقيم  $(\Delta)$  واسط القطعة  $[AB]$ . (1 ن)

ب- تحقق من أن  $(\Delta)$  عمودي على  $(T)$ . (0.5 ن)

ج- تأكد من أن  $C(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$  هي نقطة تقاطع  $(\Delta)$  و  $(T)$ . (0.5 ن)

(2) نعتبر نقطة  $\Omega(a;b)$  من المستوى. حدد  $a$  و  $b$  بحيث:  $\Omega \in (\Delta)$  و  $\Omega A = C\Omega$ . (0.5 ن)

(3) بين أن  $x^2 + y^2 - 4 = 0$  هي معادلة الدائرة  $(C)$  التي مركزها  $\Omega$  ومارة من  $A$ . (1 ن)

(4) بين أن  $(T)$  مماس للدائرة  $(C)$ . (0.5 ن)

(5) أحسب  $\cos(\overline{CA}, \overline{CB})$ . (1 ن)

## التمرين الثالث 5 نقط

لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  نضع:  $S(x) = \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x$

(1) أ- أثبت أنه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  لدينا:  $\frac{1}{2}(2 + \cos 2x + \cos 6x) = \cos^2 x + \cos^2 3x$ . (1 ن)

ب- بين أنه لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ :  $S(x) = 2 \cos x \cos 2x \cos 3x + 1$ . (1 ن)

(2) حل في  $[0, \pi]$  المعادلة:  $S(x) = 1$ . (1.5 ن)

(3) نضع:  $A = \cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{3\pi}{7}$ . بين أن  $A = \frac{1}{8}$ . واستنتج قيمة  $S\left(\frac{\pi}{7}\right)$ . (1.5 ن)

## التمرين الرابع 2 نقط

نعتبر المتتالية  $(S_n)_{n \geq 1}$  المعرفة بما يلي:  $S_n = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{3 \times 7} + \dots + \frac{1}{n(2n+1)}$

(1) بين أنه:  $\forall n \geq 1: \frac{1}{2} S_n = 1 - \left( \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n+1} \right)$ . (1 ن)

(2) أثبت أن:  $1 - \frac{n}{n+1} < \frac{1}{2} S_n < 1 - \frac{n}{2n+1}$ . واستنتج أن  $(S_n)_{n \geq 1}$  محدودة. (1 ن).