

التمرين الأول (12 نقط)

$$f(x) = \frac{x^2}{(2\sqrt{x}-1)^2}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. حدد D : مجموعة تعريف الدالة f .

1

2. أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} f(x)$ ثم أعط تأويلا هندسيا لهذه النتيجة.

1

3. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(f(x) - \frac{x}{4} \right) = +\infty$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.

1.5

4. أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ و أول مبيانيا النتيجة المحصل عليها.

1.5

5. أ- بين أن: $f'(x) = \frac{2x(\sqrt{x}-1)}{(2\sqrt{x}-1)^3}$ لكل x من $D - \{0\}$.

1.5

ب- استنتج جدول تغيرات الدالة f .

1.5

6. أ- بين أن: $f''(x) = \frac{2-\sqrt{x}}{(2\sqrt{x}-1)^4}$ لكل x من $D - \{0\}$.

1.5

ب- استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يجب تحديدها.

1

7. أنشئ بعناية المنحنى (C_f) . نأخذ: $\|\vec{i}\| = 4cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$.

1.5

1. يحتوي صندوق على أربع بیدقات بيضاء مرقمة كالتالي: 1 , 2 , 3 , 4 وثلاث بیدقات حمراء تحمل الأرقام 1 , 2 , 3 و بیدقتين لونهما أسود مرقمتين 1 , 2. لا يمكن التمييز بين البیدقات باللمس.

نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث بیدقات من الصندوق .

- أ- ما هو عدد السحبات الممكنة. 0.5
 ب- ما هو عدد السحبات في كل من الحالات التالية :
 A : الحصول على بیدقة من كل لون. 1
 B : الحصول على ثلاث بیدقات لها نفس اللون. 1
 C : الحصول على الأقل بیدقة حمراء. 1.5
 D : الحصول على ثلاث بیدقات مجموع الأرقام التي تحملها يساوي 5. 1

2. حل في \mathbb{N} المعادلة: $C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 35n$ 1.5

3. أ- بين أن: $\sum_{k=p}^{p=n} C_k^p = C_{n+1}^{p+1}$ مع $\forall (n,p) \in \mathbb{N}^2$ مع $n \geq p$. 0.75

ب - استنتج قيمة المجموع: $S_n = \sum_{k=1}^n k^2$. نذكر بعلاقة باسكال: $C_k^p + C_k^{p+1} = C_{k+1}^{p+1}$. 0.75

« Sans doute il serait plus simple de n'enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n'a jamais été un enseignement scientifique ». Gaston Bachelard.