

فرض محروس رقم 2

مادة الرياضيات

التمرين الأول: (6.5 نقط)

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \sqrt{x^2 - |x| + 1}$$

نعتبر التطبيق:

1- حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $f(x) = 1$ . هل  $f$  تبايني؟

2 ن

2- أثبت أن:  $\forall x \in \mathbb{R}: f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ . هل  $f$  شمولي؟

1.5 ن

3- ليكن  $g$  قصور  $f$  على المجال  $[\frac{1}{2}, 1]$ .

أ- بين أن  $g$  تقابل من المجال  $[\frac{1}{2}, 1]$  نحو المجال  $[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1]$ .

2 ن

ب- عرف  $g^{-1}$  التطبيق العكسي للتطبيق  $g$ .

1 ن

أسئلة مستقلة

التمرين الثاني: (8 نقط)

1- ليكن  $ABC$  مثلث ونعتبر النقط  $I$  و  $J$  و  $K$  بحيث:  $\overline{AK} = \frac{4}{7}\overline{AB}$  و  $\overline{BI} = \frac{1}{3}\overline{BC}$  و  $\overline{CJ} = \frac{3}{5}\overline{CA}$

3 ن

أثبت أن المستقيمات  $(AI)$  و  $(BJ)$  و  $(CK)$  متلاقية في نقطة  $G$  يتم تحديدها.

2- لتكن  $A$  و  $B$  و  $C$  ثلاث أجزاء من مجموعة  $E$ . بسط:  $\overline{A \cup ((\overline{A \cap B}) \cap (\overline{A \cap C}))}$

1.5 ن

3- أثبت أن:  $\begin{cases} A \cap B = A \cap C \\ A \cup B = A \cup C \end{cases} \Rightarrow B = C$

2 ن

4- بين أن التطبيق:  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$   
 $(x, y) \rightarrow (x+y, xy)$  حيث:  $x > y$  تبايني.

1.5 ن

التمرين الثالث (5.5 نقط)

$$h: P(E) \rightarrow P(E)$$

$$X \rightarrow A \Delta X$$

ليكن  $A$  جزء غير فارغ من مجموعة  $E$  و  $h$  تطبيق معرف بما يلي:

1- أحسب:  $h(A)$  و  $h(\overline{A})$  و  $h(E)$  و  $h(\emptyset)$ .

2 ن

2- أ- بين أن:  $\forall X \in P(E): A \Delta (A \Delta X) = X$

1 ن

ب- بين أن:  $\forall X \in P(E): h \circ h(X) = X$

1 ن

ج - استنتج أن:  $h$  تقابل.

0.5 ن

د- استنتج أن:  $A \Delta B = A \Delta C \Rightarrow B = C$  ,  $\forall B \in P(E)$  ,  $\forall C \in P(E)$ .

1 ن