

فرض محروس رقم 2

مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

أولى علوم رياضية

التمرين الأول: (4 نقط) سؤالان مستقلان

1- ليكن ABC مثلث و G مركز ثقله و H مرجح النقط المترنة $(A;1)$ و $(B;3)$ و $(C;-2)$ ن 2

حدد وأنشئ مجموعة النقط M بحيث: $3\|\overline{MA}+3\overline{MB}-2\overline{MC}\|=2\|\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}\|$

2- ليكن ABC مثلث. نعتبر النقط E و F و G بحيث: $\overline{EB}=\frac{-1}{5}\overline{EC}$ و $\overline{FA}=\frac{-3}{5}\overline{FC}$ و $\overline{GB}=\frac{-1}{3}\overline{GA}$ ن 2

أثبت أن المستقيمات (AE) و (BF) و (CG) متلاقية في نقطة H يتم تحديدها.

التمرين الثاني: (4 نقط)

1- بين أن: $A\Delta\overline{B}=A\Delta B$. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E . ن 2

2- أثبت أن: $B\subset C \Rightarrow \begin{cases} A\cap B\subset A\cap C \\ A\cup B\subset A\cup C \end{cases}$ ن 2

التمرين الثالث: (7 نقط)

نعتبر التطبيق: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow \sqrt{x^2-x+1}$

1- بين أن: $f(1-x)=f(x) \forall x \in \mathbb{R}$. هل f تبايني؟ ن 1.5

2- أثبت أن: $f(x) \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \forall x \in \mathbb{R}$. هل f شمولي؟ ن 2

3- ليكن g قصور f على المجال $I = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$ و h قصور f على المجال $J = \left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$

أ- بين أن g تقابل من المجال I نحو المجال $K = \left[\frac{\sqrt{3}}{2}; +\infty\right[$ ثم حدد تقابله العكسي g^{-1} . ن 2

ب- نعتبر التطبيق $\varphi: J \rightarrow I$
 $x \rightarrow 1-x$. بين أن: $h = g \circ \varphi$ و استنتج أن h تقابل وحدد h^{-1} . ن 1.5

التمرين الرابع: (5 نقط)

$h: P(E) \rightarrow P(E)$
 $X \rightarrow \overline{X}$ ليكن A و B جزئين غير فارغين من مجموعة E و h تطبيق معرف بما يلي:

1- بين أن التطبيق h تقابل وحدد تقابله العكسي h^{-1} . ن 1

$g: P(A) \times P(\overline{A}) \rightarrow P(E)$ و $f: P(E) \rightarrow P(A) \times P(\overline{A})$
 $(X; Y) \rightarrow X \cup Y$ و $X \rightarrow (A-X; \overline{A}-X)$ ليكن f و g تطبيقين معرفين كما يلي:

2- بين أن $g \circ f = h$. ن 1

3- أثبت أن g تبايني . ن 1

4- بين أن g شمولي و استنتج أن f تقابل . ن 2