

التمرين 1 (9 نقط)

$$f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

1- حدد D_f ثم أحسب النهايات عند محددات D_f

2- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x)$

3- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين 0 ثم على يسار -2 . أول هندسيا النتائج المحصل عليها.

4- حدد $f'(x)$ لكل $x \in D_f - \{0; -2\}$

5- حدد إشارة $f'(x)$ على كل من المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; -2[$ ثم أعط جدول تغيرات f

6- أكتب معادلة المماس (T) لمنحنى f في النقطة ذات الأضلاع 1

التمرين 2 (2 نقط)

1- حدد الحل العام للمعادلة التفاضلية : $\frac{1}{2}y'' + 2y = 0$ (E):

2- استنتج حلا خاصا للمعادلة (E) الذي يحقق : $y(0) = 1$ و $y'(0) = -2$

التمرين 3 (5 نقط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة بما يلي :

1- بين أن g قابلة للاشتقاق على \mathbb{R}

2- بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : 2\sqrt{1+x^2}g'(x) = g(x)$

3- أ- بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}) : 4(1+x^2)g''(x) + 4xg'(x) = g(x)$

ب- استنتج رقابة الدالة g' .

التمرين 4 (4 نقط)

ليكن n عدد صحيح طبيعي بحيث $n \geq 2$

نعتبر الدالة العددية h المعرفة \mathbb{R}^+ بما يلي :

$$h(x) = \frac{1+x^n}{(1+x)^n}$$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$

2- بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : h'(x) = \frac{n(x^{n-1} - 1)}{(1+x)^{n+1}}$

3- أعط جدول تغيرات الدالة h

4- استنتج أن : $(\forall n \geq 2)(\forall x \in \mathbb{R}^+) : (1+x)^n \leq 2^{n-1}(1+x^n)$