

التمرين الأول: (11 نغم) جميع أسئلة هذا التمرين مستقلة فيما بينها.

① عدد صحة العبارتين التاليتين:

$$(F) (\forall x \in \mathbb{R}) \frac{x}{x^2-1} \in \mathbb{R}$$

$$(V) (\forall x \in \mathbb{R}) (\forall m \in \mathbb{N}) (\exists n \in \mathbb{Z}) nx \leq m$$

② نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي: $f(x) = x^2 + x - 2$

والعبارة (P) التالية: $(P) : [(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2) f(x) = f(y) \Rightarrow x=y]$

(أ) أعط نفية العبارة (P)

(ب) حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$

(ج) أشتج قيمة حقيقة العبارة (P)

③ (أ) يبين أن: $(\forall a \in \mathbb{R}_+^*) a + \frac{1}{a} \geq 2$

(ب) أشتج أن: $(\forall (a,b) \in \mathbb{R}_+^{*2}) \frac{a^2+1}{b} + \frac{b^2+1}{a} \geq 4$

④ ليكن a و b أعداد حقيقية و $0 < c$ حيث $|a+b| \leq c$ و $|a-b| \leq c$.
 يبين أن $|a| + |b| \leq c$ (يمكن استعمال الاستدلال بقدر الحاجة)

⑤ يبين بالاستعمال الاستدلال بالترجيع أن: 13 يقسم $3^{4n+2} + 4^{4n+2}$

⑥ نعتبر المجموعتين التاليتين: $A = \{x \in \mathbb{Z} / \frac{x-3}{2x+1} \in \mathbb{Z}\}$

و $B = \{x \in \mathbb{Z} / |x-1| \leq 3\}$

(أ) حدد بتفصيل A و B

(ب) أشتج المجموعتين: $A \cap B$ و $A \Delta B$

⑦ لتكن E مجموعة غير فارغة و A و B جزئين من المجموعة E .

(أ) يبين أن: $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A = (A \cup B) \setminus B$

(ب) يبين أن: $B = \emptyset \Leftrightarrow A \cup B = A \cap B$

(ج) يبين أن: $A = \emptyset \Leftrightarrow A \cap B = A \cup B$

(د) يبين أن: $A = \emptyset \Leftrightarrow (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) = B$

التمرين الثاني : (9 نقات)

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كما يلي :

$$g(x) = \sqrt{x+2} \quad \text{و} \quad f(x) = \frac{3x}{2x-1}$$

(1) حدد D_f و D_g

(2) بين أن النقطتين $A(-1,1)$ و $B(2,2)$ مشتركتين بين (f) و (g)

(3) اعط جدول تغيرات كل من الدوال f و g

(4) أفسر في نفس المعلم المتعامد والمضلع $(\vec{0}, \vec{1}, \vec{0})$ كلا من (f) و (g)

(5) حل صيغيا في \mathbb{R} المتراجمين : $\sqrt{x+2} - \frac{3x}{2x-1} < 0$

$$\frac{3x\sqrt{x+2}}{2x-1} \leq 0 \quad \text{و}$$

(6) حدد صيغيا : $g\left[-\frac{7}{4}, +\infty\right[$ و $g\left[-2, -\frac{7}{4}\right]$

وتة كد عن ذلك جبريا

(7) نعتبر الدالة h المعرفة كما يلي :

$$h(x) = \frac{3\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}-1}$$

(8) حدد D_h

(9) بين أن : $h(n) = (f \circ g)(n) \quad (\forall n \in D_h)$

(10) أدرس رتبة الدالة h على كل من المجالين : $[-2, -\frac{7}{4}[$ و $]-\frac{7}{4}, +\infty[$

تعر اعط جدول تغيرات الدالة h

(11) حدد القيمة القهوي للدالة h على $[-2, -\frac{7}{4}[$

(12) بين أن : $h(n) > \frac{3}{2} \quad (\forall n \in]-\frac{7}{4}, +\infty[)$