

سلسلة تمارين مباحث
في المنطق

الثانوية التأهيلية ابن الهيثم
نيابة سيدي البرنوصي - زناتة
أكاديمية: الدار البيضاء الكبرى

الأستاذ : تبارك خالد
المستوى : السنة الأولى بكالوريا علوم تجريبية

التمرين 9 :

(1) بين أن :

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 \quad a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ و } b = 0$$

(2) حل في \mathbb{R}^2 المعادلة التالية :

$$2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-4} = x + y$$

التمرين 10 :

باستعمال البرهان بالترجع بين مايلي :

(1) $\forall n \in \mathbb{N}$ العدد $(3^{2n} - 2^n)$ يقبل القسمة على 7

(2) $\forall n \in \mathbb{N}$ العدد $(n^3 - n)$ يقبل القسمة على 3

(3) $\forall n \in \mathbb{N}$ العدد $(4^n + 6n - 1)$ يقبل القسمة على 9

(4) $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$

(5) $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

($q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$)

(6) $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

(7) $\forall n \in \mathbb{N}^* : \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

تمارين 17 و 19 ص 25

تمارين 27 و 32 و 38 ص 26

تمارين 42 و 47 و 48 ص 27

www.9alami.info

التمرين 1 : اكتب باستعمال الكمات العبارات التالية ثم

ادرس قيمة حقيقتها :

(1) لكل عدد صحيح طبيعي n يوجد عدد صحيح طبيعي m بحيث : $n = 2m$

(2) لكل عدد حقيقي x لدينا : $x^2 + 1 \neq 0$

(3) لكل عدد حقيقي x يوجد حقيقي M بحيث : $x < M$

(4) لكل عددين حقيقيين x و y يوجد عدد صحيح طبيعي n بحيث : $x + y = n$

التمرين 2 : اكتب نفي العبارات التالية ثم حدد قيمتها :

(1) $\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{1+x^2} - |x| \geq 0$

(2) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x^2 - x + 1 < 0$ و $|y| \geq 0$

(3) $(\forall n \in \mathbb{N})(\exists! m \in \mathbb{N}) : n = 2m$ أو $n = 2m + 1$

(4) $(\exists n \in \mathbb{N})(\forall x \in \mathbb{R}) : \frac{x^{2n}}{1+x} > 1$

(5) $(\forall m \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 - mx - 1 = 0$

التمرين 3 : لتكن p و q و r ثلاث عبارات. هل العبارات التالية قوانين منطقية :

$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \Leftrightarrow q)$

$[p \Rightarrow q \text{ أو } \bar{r}] \Leftrightarrow [q \text{ أو } (p \Rightarrow r)]$

التمرين 4 : بين أن العبارة التالية صحيحة :

$(\forall x > 1)(\forall y > 1) \quad x \neq y \Rightarrow \frac{x}{1+x^2} \neq \frac{y}{1+y^2}$

التمرين 5 : ليكن x و y و z من \mathbb{R}^{++} بحيث :

$xyz > 1$ و $x + y + z < \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

باستعمال البرهان بالخلف بين أن :

(1) كل من الأعداد x و y و z يخالف 1 .

(2) أحد الأعداد x و y و z أصغر قطعا من 1 .

التمرين 6 : باستعمال البرهان بفصل الحالات :

(1) $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \in \mathbb{N}$

(2) $\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n^2+1}{3} \notin \mathbb{N}$

التمرين 7 : ليكن n و p عنصرين من \mathbb{N}^* بحيث $p > 1$.
بين باستعمال الخلف أنه إذا كان p يقسم n فإن p لا يقسم $(n+1)$.

التمرين 8 : ليكن $a \in \mathbb{R}^{++}$. باستعمال التكافؤات المتتالية

بين أن : $a + \frac{1}{a} \geq 2$