

التمرين 1:

$$f: R \rightarrow R$$

$$x \mapsto x^2 + 6x + 8$$

نعتبر التطبيق

1. بين أن $(\forall x \in R): f(x) \geq -1$

2. استنتج أن $f(R) = [-1; +\infty[$

3. هل التطبيق f تبايني؟ شمولي؟

4. حدد الصور التالية:

$f^{-1}([-8; -2])$ ○

$f^{-1}([- \infty; 0])$ ○

$f^{-1}([-10; 1])$ ○

$f([0; 5])$ ○

$f([-7; -3])$ ○

$f([-5; 5])$ ○

5. نعتبر g قصور f على المجال $[-3; +\infty[$. تحقق من أن

g تطبيق تبايني.

6. لبتن التطبيق $h: [-3; +\infty[\rightarrow [-1; +\infty[$

$$x \mapsto x^2 + 6x + 8$$

○ بين أن h تقابل و حدد تطبيقه العكسي h^{-1} .

○ حدد التطبيق h^{-1} .

التمرين 2:

$$f: R \setminus \{5\} \rightarrow R$$

$$x \mapsto \frac{2x-1}{x-5}$$

نعتبر التطبيق

1. بين أن $(\forall x \in R \setminus \{5\}): f(x) \neq 2$

2. حدد $f(R \setminus \{5\})$

3. تحقق من أن f تبايني.

4. هل التطبيق f شمولي؟

5. حدد الصور التالية:

$f^{-1}([-8; 2])$ ○

$f^{-1}([- \infty; 9])$ ○

$f([0; 4])$ ○

$f\left(\left[\frac{21}{4}; +\infty\right)\right)$ ○

$f([-5; 5])$ ○

6. لبتن التطبيق $g:]5; +\infty[\rightarrow]2; +\infty[$

$$x \mapsto \frac{2x-1}{x-5}$$

بين أن g تقابل و حدد تطبيقه العكسي g^{-1} .

التمرين 3:

ليكن f تطبيقا من E نحو F ، $B \subset E$ ، $A \subset E$ ، $D \subset F$ و $C \subset F$

1. بين ما يلي:

○ $A \subset f^{-1}(f(A))$

○ $f(f^{-1}(C)) \subset C$

○ $f(A) \cup f(B) = f(A \cup B)$

○ $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$

○ $f^{-1}(C) \cup f^{-1}(D) = f^{-1}(C \cup D)$

○ $f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D) = f^{-1}(C \cap D)$

2. اقترح مثالا مضادا في كل حالة، بين أن:

○ $f^{-1}(f(A)) \not\subset A$

○ $C \not\subset f(f^{-1}(C))$

○ $f(A) \cap f(B) \not\subset f(A \cap B)$

3. بين أن:

○ $f \Leftrightarrow f^{-1}(f(A)) = A$ تبايني

○ $f \Leftrightarrow C = f(f^{-1}(C))$ شمولي

○ $f \Leftrightarrow f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$ تبايني

التمرين 4:

ليكن f تطبيقا من E نحو F و g تطبيقا من F نحو G .

1. بين أنه:

○ $(g \circ f \text{ تبايني}) \Rightarrow (g \text{ و } f \text{ تباينيان})$

○ $(g \circ f \text{ شمولي}) \Rightarrow (g \text{ و } f \text{ شموليان})$

○ $(g \circ f \text{ تقابلي}) \Rightarrow (g \text{ و } f \text{ تقابليان})$

2. بين أنه:

○ $(g \circ f \text{ تبايني}) \Rightarrow (f \text{ تبايني})$

○ $(g \circ f \text{ شمولي}) \Rightarrow (g \text{ شمولي})$

○ $(g \circ f \text{ تقابلي}) \Rightarrow (g \text{ شمولي و } f \text{ تبايني})$

التمرين 5:

لتكن E مجموعة E و $A \subset E$ و $B \subset E$.
نعتبر التطبيق:

$$\mathcal{P}(E) \xrightarrow{f} \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$$

$$X \mapsto f(X) = (A \cap X, B \cap X)$$

1. بين أن $f \Leftrightarrow A \cup B = E$ تبايني

2. بين أن $f \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ شمولي

3. حدد الشرط اللازم و الكافي لكي يكون f تقابلا. ما هو تقابله العكسي f^{-1} ؟