

التمرين 1:

حدد من بين العبارات التالية، العبارة الصحيحة و العبارة الخاطئة:

1. $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

2. العدد 1419 يقبل القسمة على 11

3. العدد 211 أولي

4. $\sqrt{4-2\sqrt{3}} = 1 - \sqrt{3}$

5. $\frac{1}{\sqrt{97-56\sqrt{3}}} = 7+4\sqrt{3}$

6. $\sqrt{36-9\sqrt{5}} < \sqrt{9-5\sqrt{2}}$

التمرين 2:

حدد قيم x التي من أجلها تكون الدالة العبارية صحيحة:

1. $(x \in \mathbb{R}; 2x^2 - 5x = 7)$

2. $(x \in \mathbb{R}; 7x^2 + 12x > -5)$

3. $(x \in \mathbb{R}; 2x^2 - 15x + 27 < 0)$

4. $(x \in \mathbb{R}; \frac{7+x}{5-x} > 3x - 4)$

التمرين 3:

حدد قيمة كل دالة عبارية:

1. $(\forall x \in]-6; 3[: x^2 + 3x < 18)$

2. $(\forall x \in]4; +\infty[: x^2 + 2x > 24)$

3. $(\exists x \in \mathbb{R} / x^2 - x < 2)$

4. $(\exists x \in \mathbb{R} / \frac{1}{x} < 0.0625 x)$

5. $(\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 2|x|)$

6. $(\forall x \in]-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{6}[: 2\cos x > \sqrt{3})$

7. $(\forall x \in [\frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}] : 2\sin x < 1)$

التمرين 4:

حدد حقيقة العبارتين التاليتين:

1. $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) / x \leq y$

2. $(\exists y \in \mathbb{R}) / (\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq y$

التمرين 5:

حدد حقيقة العبارتين التاليتين:

1. $[(\sin(\frac{28\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}) \text{ و } (\cos(\frac{38\pi}{3}) = -0.5)]$

2. $[(\exists x \in \mathbb{R}) / \sqrt{x+1} = x-1] \text{ و } (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + 1 > x]$

التمرين 6:

حدد حقيقة العبارتين التاليتين:

1. $[(\exists x \in \mathbb{R}) / \frac{1}{x} = x+2] \text{ و } (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 > x]$

2. $[(\exists n \in \mathbb{N}) / \frac{10}{n} = n+2] \text{ أو } (\forall n \in \mathbb{N}) : n^2 < n+1000]$

التمرين 7:

حدد حقيقة العبارات التالية:

1. $[(\forall x \in \mathbb{R}) : x > 1 \Rightarrow x^2 > x]$

2. $[(\forall x \in \mathbb{R}) : x < -2 \Rightarrow |x| < 2]$

3. $[(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x^2 > y^2 \Rightarrow x > y]$

4. $[(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq -1 \Rightarrow (x+1)^2 \geq 0]$

5. $[(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x^2 = y^2 \Leftrightarrow x = y]$

6. $[(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : |x| = |y| \Leftrightarrow (x = y \text{ أو } x = -y)]$

7. $[(\forall \varepsilon > 0)(\exists \alpha > 0)(\forall x \in \mathbb{R}) : (0 < x < \alpha) \Rightarrow (1 < \sqrt{1+x} < 1 + \varepsilon)]$

التمرين 8:

بين أن العبارات التالية صحيحة:

1. $(P \text{ و } Q) \Leftrightarrow (Q \text{ و } P)$

2. $(P \text{ أو } Q) \Leftrightarrow (Q \text{ أو } P)$

3. $((P \text{ و } Q) \text{ و } R) \Leftrightarrow (P \text{ و } (Q \text{ و } R))$

4. $((P \text{ أو } Q) \text{ أو } R) \Leftrightarrow (P \text{ أو } (Q \text{ أو } R))$

5. $((P \Rightarrow Q) \text{ و } (Q \Rightarrow P)) \Leftrightarrow (P \Leftrightarrow Q)$

6. $((P \text{ و } Q) \text{ أو } (P \text{ و } R)) \Leftrightarrow (P \text{ و } (Q \text{ أو } R))$

7. $((P \text{ أو } Q) \text{ و } (P \text{ أو } R)) \Leftrightarrow (P \text{ أو } (Q \text{ و } R))$

8. $(P \text{ و } Q) \Rightarrow P$

9. $P \Rightarrow (Q \text{ أو } P)$

10. $((P \Rightarrow Q) \text{ و } (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$

11. $((P \Rightarrow Q) \text{ و } (P \Rightarrow R)) \Leftrightarrow (P \Rightarrow (Q \text{ و } R))$

12. $(Q \Leftrightarrow R) \Rightarrow ((P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow R))$

13. $\overline{P \text{ و } Q} \Leftrightarrow (\overline{P} \text{ أو } \overline{Q})$

14. $\overline{P \text{ أو } Q} \Leftrightarrow (\overline{P} \text{ و } \overline{Q})$

15. $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\overline{Q} \Rightarrow \overline{P})$

التمرين 9:

أكتب نفي كل عبارة مما يلي ثم حدد قيمتها:

1. $(\forall x \in \mathbb{R} : |x| \geq x)$

2. $(\exists x \in \mathbb{R} / \sin x = x)$

3. $(\forall x \in \mathbb{R} : |x| = x \text{ أو } |x| = -x)$

4. $(\exists x \in \mathbb{R} / x^2 = x \text{ و } \sqrt{x} = -x)$

5. $(\exists x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq x)$

التمرين 10:

$$\sqrt{1+x} - \sqrt{9-x} = x-2 \quad .4$$

$$E(3x+1) = 5x-1 \quad .5$$

$$|1+x| - |9-x| = x-2 \quad .6$$

التمرين 16:

حل في R المترجمات التالية:

$$\sqrt{1-x+x^2} > x-2 \quad .1$$

$$\sqrt{x^2-3x} > 2 \quad .2$$

$$\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1-x+x^2} > \sqrt{2}(|x|-1) \quad .3$$

التمرين 17:

بين أن العبارات التالية خاطئة:

1. لكل عدد طبيعي صحيح n ، العدد $2^n - 1$ يقبل القسمة على 3.

2. المستقيمان $(D): \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \end{cases}$ و $(\Delta): \begin{cases} x=3+2t \\ y=1-2t \end{cases}$ منطبقان.

$$\forall (x, y) \in R^2 : x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 > 0 \quad .3$$

التمرين 18:

بين أن العبارات التالية صحيحة:

1. لكل عدد طبيعي صحيح n ، العدد $4^n + 6n - 1$ يقبل القسمة على 9.

2. لكل عدد طبيعي صحيح n ، العدد $n(n+8)(n+13)$ يقبل القسمة على 6.

3. لكل عدد طبيعي صحيح n ، العدد $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ يقبل القسمة على 7.

$$(\forall n \in N^*) : 1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2} \quad .4$$

$$(\forall n \in N) : 1+3+5+\dots+(2n+1) = (n+1)^2 \quad .5$$

$$(\forall n \in N^*) : 1+8+27+\dots+n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad .6$$

$$(\forall n \in N^*) : \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} \quad .7$$

التمرين 19:

ليكن x عددا حقيقيا موجبا قطعيا.

$$(\forall n \in N) : (1+x)^n \geq 1+nx \quad .1$$

$$(\forall n \in N) : (1+n)^n \geq 2n^n \quad .2$$

بالإضافة إلى التمارين والمسائل الواردة في " المفيد في الرياضيات " الآتية أرقامها: 7-10-11-14-21-38-43-44-60-63-65-67-82...

ليكن x من R ، بين أن:

$$x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \quad .1$$

$$|x^2 + x - 2| > 10 \Rightarrow |x-1| > 2 \quad .2$$

$$x \neq 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{1+x^2} + x}{|x|} > 0 \quad .3$$

$$x \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2+1} \neq 1 + \frac{x^2}{2} \quad .4$$

التمرين 11:

ليكن x و y من R ، بين أن:

$$1+xy = x+y \Rightarrow (x=1 \text{ أو } y=1) \quad .1$$

$$(x > 1 \text{ و } y > 1 \text{ و } \frac{x}{1+x^2} = \frac{y}{1+y^2}) \Rightarrow x=y \quad .2$$

$$(x > 0 \text{ و } y > 0 \text{ و } x^2 + y^2 = 4) \Rightarrow (2 \leq x+y \leq 2\sqrt{2}) \quad .3$$

$$(x \neq y \text{ و } x+y \neq 2) \Rightarrow x^2 - 2x \neq y^2 - 2y \quad .4$$

$$\frac{x^2 + y^2}{2} = xy \Leftrightarrow x=y \quad .5$$

$$(x + \sqrt{x^2+1})(y + \sqrt{y^2+1}) = 1 \Leftrightarrow x+y=0 \quad .6$$

$$(x^2 + y^2 + xy = 1) \Rightarrow (x^3 y + xy^3 \geq -2) \quad .7$$

التمرين 12:

ليكن x و y من R بحيث $x \geq 1$ و $y \geq 4$ ، بين أن:

$$(2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-4} = x+y) \Leftrightarrow (x=2 \text{ و } y=8)$$

التمرين 13:

ليكن x و y من R بحيث $x \neq y$ ، بين أن:

$$((x+y)^3 \leq 4x^3 + 4y^3) \Leftrightarrow (x+y \geq 0)$$

التمرين 14:

ليكن x و y عددين حقيقيين موجبين، بين أن:

$$\sqrt{4x+1} + \sqrt{4y+1} \leq 2(x+y+1)$$

التمرين 15:

حل في R المعادلات التالية:

$$\sqrt{1+3x^2} = 2x \quad .1$$

$$\sqrt{5x-6} = -x \quad .2$$

$$\sqrt{-2-6x} = x-1 \quad .3$$