

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x) = \frac{x^3}{x+1}$

و لتكن (\mathcal{C}_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f . (0,5)

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. (1,5)

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (1)

(ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم اعط تأويلا هندسيا للنتيجتين المحصل عليهما. (1,5)

(4) أ) بين أن: $(\forall x \in D_f) : f'(x) = \frac{2x^3 + 3x^2}{(x+1)^2}$. (1)

(ب) ادرس اشارة $f'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . (0,75 × 2)

(5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (\mathcal{C}_f) عند النقطة ذات الأضول $x_0 = -2$. (1)

التمرين الثاني: (7 نقط)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب الى المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، النقط

$A(1;1;2)$ و $B(2;0;-1)$ و $C(-1;1;4)$ و $D(2;2;5)$

(1) أ) بين أن A و B و C نقط غير مستقيمية. (1)

(ب) بين أن A و B و C و D نقط غير مستوائية. (1,5)

(2) تحقق من أن: $x - 2y + z - 1 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوى (BAC) . (1,5)

(3) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالمعادلتين: $\frac{x+1}{3} = \frac{y+4}{5} = z-2$

أ) اكتب تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) . (1,5)

(ب) حدد مثلوث إحداثيات النقطة I تقاطع المستقيم (Δ) و المستوى (BAC) . (1,5)

التمرين الثالث: (5 نقط)

لكل x من \mathbb{R} ، نضع: $A(x) = 2 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1 - \sqrt{3}$

(1) أ) بين أن: $(\forall x \in \mathbb{R}) : A(x) = \cos(2x) + \sqrt{3} \sin(2x) - \sqrt{3}$. (1)

(ب) استنتج أن: $(\forall x \in \mathbb{R}) : A(x) = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sqrt{3}$. (1)

(2) حل ، في المجموعة \mathbb{R} ، المعادلة: $A(x) = 0$. (1)

(3) أ) حل ، في المجال $]-\pi; \pi]$ ، المتراجحة: $2 \cos X - \sqrt{3} \geq 0$. (1)

(ب) حل ، في المجال $\left] -\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right]$ ، المتراجحة: $A(x) \geq 0$. (1)