

[www.9alami.com](http://www.9alami.com)

الجزء الأول : ( 9 نقط )

 < I > بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه : لكل  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{R}$  لدينا :

$$(1,5) \quad [xy \neq 1 \text{ و } x \neq y] \Rightarrow \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}$$

 < II > بين أن :  $2a^2 + 2b^2 \geq (a+b)^2$  :  $(\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2)$  .

 < III > (1) بين أن العبارة  $\left[ (\exists x \in \mathbb{R}^+) : \sqrt{1+x} = \frac{1}{\sqrt{1+x}} \right]$  عبارة صحيحة.

 (2) أ) بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} \leq 1$  .

 ب) اكتب نفي العبارة (P) التالية :  $(P) : \left[ (\forall y \in \mathbb{R}^+) ; (\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > \sqrt{y} \right]$  .

استنتج أن العبارة (P) خاطئة .

 < IV > (1) بين ، بالترجع ، أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 3 + 6 + \dots + 3n = \frac{3n(n+1)}{2}$  .

 (2) بين ، بالترجع ، أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  العدد  $5^{2n} - 1$  يقبل القسمة على 24 لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

[www.9alami.com](http://www.9alami.com)

الجزء الثاني : ( 11 نقط ) .

 < I > لتكن  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $h(x) = \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x + 2}$ 

 (1) بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + 2x + 2 > 0$  .

 (2) بين أن الدالة  $h$  مكبورة بالعدد 2 على  $\mathbb{R}$  .

 (3) أ) بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : h(x) \geq -1$  .

 ب) بين أن -1 هي القيمة الدنيا للدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$  .

 < II > نعتبر الدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفتين بما يلي :  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$  و  $g(x) = \sqrt{x+1}$ 

 وليكن  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\mathcal{C}_g)$  منحنيا الدالتين  $f$  و  $g$  على التوالي في  $M \times M$   $(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$  .

 (1) حدد  $D_g$  مجموعة تعريف الدالة  $g$  ثم ضع جدول تغيراتها.

 (2) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  .

 (3) أ) تحقق من أن :  $f(0) = g(0)$  و  $f(3) = g(3)$  .

 ب) انشئ ، في المعلم  $(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$  ، المنحنيين  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\mathcal{C}_g)$  . (استعمل لون لكل منحنى)

 (4) حل ، في المجال  $\mathbb{R}$  ، مبيانيا المترابحة :  $3\sqrt{x+1} + 2x > x^2 + 3$  .