

الحساب المثلثي – الجزء 2

التمرين 1: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\tan x = \sqrt{3}$$

$$\tan \frac{x}{3} = -1$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(2x) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

التمرين 2: حل في المجال I في كل حالة من الحالات التالية المترابطة:

$$\tan x + 1 > 0 \quad ; \quad I = [0, 2\pi]$$

$$\tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) \geq \sqrt{3} \quad ; \quad I =]-\pi, \pi[$$

$$\sin x + \frac{1}{2} \geq 0 \quad ; \quad I = [-\pi, \pi]$$

$$\cos(2x) - \frac{1}{2} \geq 0 \quad ; \quad I = [0, 2\pi[$$

$$\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ; \quad I = [0, 2\pi]$$

$$2 \sin x + \sqrt{3} < 0 \quad ; \quad I = [-\pi, 3\pi]$$

التمرين 3: حل في \mathbb{R} المعادلات التالية:

$$\tan x = \tan\left(\frac{\pi}{11}\right)$$

$$\tan(2x) = \frac{1}{\tan x}$$

$$\cos x = \cos\left(-\frac{\pi}{8}\right)$$

$$\cos(2x) = \cos x$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \cos x$$

التمرين 5: حل في المجال $I = [0, 2\pi]$ المترابحات التالية:

$$3 \tan^2 x - 1 > 0 \quad (1)$$

$$\frac{2 \sin x - 1}{2 \cos x - 1} \leq 0 \quad (2)$$

$$4 \cos^2 x - 2\sqrt{3} \cos x + \frac{3}{4} = 0 \quad (3)$$

التمرين 4: حل في المجال $I =]-\pi, 2\pi]$ المعادلات التالية:

$$4 \cos^2 x - 2(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cos x + \sqrt{6} = 0 \quad (1)$$

$$\sin^2 x - \left(\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) \sin x - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0 \quad (2)$$

$$\tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x = -\sqrt{3} \quad (3)$$

التمرين 6: $P(x) = 2 \sin^3 x - 3 \sin^2 x - 8 \sin x - 1$ نضع

$$Q(X) = 2X^3 - 3X^2 - 8X - 1 \quad (1)$$

أ- أحسب $Q(-\frac{1}{2})$ و $Q(-1)$ و $Q(3)$.

ب- استنتج تعميلا لـ $Q(X)$.

ج- حل المعادلة $Q(X) = 0$

(2) حل في $I = [0, 2\pi[$:

أ- المعادلة $P(x) = 0$

ب- المترابطة $P(x) < 0$.

التمرين 7: لكل x من $[0, \pi]$ نضع $A(x) = \sqrt{1 + \sin x} + \sqrt{1 - \sin x}$.

(1) برهن أن: $|A(x) - 1| \leq \sqrt{2}$

(2) برهن أن: $A(x) = \sqrt{2} \sqrt{1 + |\cos x|}$

(3) استنتج أن: $1 \leq A(x) \leq 2$

(4) ليكن $\alpha \in [0, \pi]$ حدد α علما أن: $A\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = A(\alpha)$