

الترتيب في المجموعة IR

التمرين 1: قارن العددين a و b في كل حالة من الحالات التالية:



1. $a=2\sqrt{3}$; $b=\sqrt{7}$
2. $a=2\sqrt{5}$; $b=3\sqrt{2}$
3. $a=7\sqrt{3}$; $b=120$
4. $a=-\sqrt{32}$; $b=-\sqrt{35}$
5. $a=\sqrt{2}+\sqrt{5}$ و $b=1+\sqrt{10}$
6. $a=-5\sqrt{3}$; $b=-7\sqrt{2}$
7. $a=-5\sqrt{3}+\sqrt{11}$; $b=\sqrt{11}-7\sqrt{2}$
8. $a=\sqrt{\frac{143}{4}}$ و $b=\sqrt{\frac{142}{3}}$
9. $b=\sqrt{27}+\sqrt{12}$ و $a=2\sqrt{8}+\sqrt{12}$
10. $a=\frac{3}{\sqrt{11}}$; $b=\frac{11}{2\sqrt{5}}$
11. $b=\sqrt{13+6\sqrt{2}}$ و $a=3+\sqrt{2}$
12. $b=\sqrt{3}+\sqrt{\frac{3}{5}}$ و $a=\sqrt{3+\frac{3}{5}}$
13. $b=3^{1431}$ و $a=2^{2010}$

التمرين 2: بسط ما يلي: $\sqrt{(9\sqrt{7}-10\sqrt{3})^2}$; $\sqrt{(\sqrt{3}+2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$; $\sqrt{(3\sqrt{7}-8)^2}$

$x \in IR$ حيث $|-x^2+6x-9|$; $|2\sqrt{3}-5|$; $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2}$; $\sqrt{(7\sqrt{5}-11\sqrt{2})^2}$

التمرين 3: في كل التمرين، x و y عدنان حقيقيان موجبان قطعاً:



1. بين أن: $x^2 + y^2 \geq 2xy$
2. بين أن: $\frac{1}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{2xy}$
3. بين أن: $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$
4. قارن: $2\sqrt{xy}$ و $x+y$
5. قارن: $x^2 + \frac{1}{x^2}$ و 2
6. إذا كان $x \leq y$ فبين أن: $\frac{x}{y+1} \leq \frac{x}{y} \leq \frac{x+1}{y+1}$
7. بين أن: $(x+y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$
8. بين أن: $\sqrt{x} + \sqrt{y} \geq \sqrt{x+y}$

التمرين 4: رتب تصاعدياً الأعداد التالية:

- (a) 2^{125} ; 3^{75} ; 5^{50}
- (b) 2^{100} ; 3^{75} ; 5^{50}

التمرين 5: ليكن a و b عددين حقيقيين سالبين قطعا حيث $a \neq b$

قارن التعبيرين: $1 - \frac{a}{b}$ و $1 - \frac{b}{a}$.

التمرين 6: n عدد صحيح طبيعي غير منعدم

بين أن: $\frac{1}{3n-1} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{3n+1} \geq \frac{1}{n}$

التمرين 7:

1. بين أن: $x \in \mathbb{R}_+^* : 1+x \geq 2\sqrt{x}$

2. استنتج أنه بالنسبة للأعداد الحقيقية الموجبة قطعا x_i ، حيث $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$ و n من \mathbb{N}^*

أن: $(1+x_1)(1+x_2)(1+x_3)\dots(1+x_n) \geq 2^n \sqrt{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}$

التمرين 8: نضع: $A = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \dots \times \frac{99}{100}$ و $B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{6}{7} \times \dots \times \frac{98}{99}$

1. بين أن: $A < B$

2. استنتج أن: $A < \frac{1}{10} < B$

التمرين 9: نعتبر x و y عددين حقيقيين موجبين قطعا بحيث: $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$

1. بين أن: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{2}{\sqrt{xy}}$ و أن: $\frac{1}{xy} \geq 16$

2. استنتج أن: $(1 + \frac{1}{x})(1 + \frac{1}{y}) \geq 25$

التمرين 10: بين أنه مهما يكن العدد x من \mathbb{R}

فإن: $x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 > \frac{1}{2}$

التمرين 11: a عدد حقيقي حيث: $-7 > 3a - 4 > -8,5$.

1. حدد تأطيرا للعدد a .

2. نضع $b = \frac{3a-4}{a^2}$ ، حدد تأطيرا للعدد b .

التمرين 12:

1. ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث: $-2 \leq a \leq 3$ و $-1 \leq b \leq 4$

بين أن: $-41 \leq a^2 - b^2 + 3a - 5b + 1 \leq 24$

2. ليكن $x \in \mathbb{R}_+^*$ ، قارن العددين: $\frac{1}{2x}$ و $\sqrt{x^2 + 1} - x$

التمرين 13: ليكن a عددا حقيقيا بحيث: $|a-1| \leq \frac{1}{2}$

1. حدد تقريبا للعدد a بالدقة 5×10^{-1}

2. بين أن العدد $\frac{4}{3}$ تقريب للعدد $\frac{1}{a}$ بالدقة $\frac{2}{3}$.

التمرين 14: x و y و z أعداد حقيقية بحيث: $1 \leq x \leq 4$ و $-6 \leq y \leq -2$ و $-4 \leq z \leq 3$.
1. حدد تائيرا للأعداد التالية: x^2 و y^2 و z^2 و xy .

2. حدد تقريبا للعدد x بالدقة $\frac{3}{2}$.

3. حدد تقريبا للعدد y بالدقة 2.

التمرين 15: x عدد حقيقي بحيث $\left|x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$ ونضع $a = \frac{1}{x^2+1}$.

1. حدد تقريبا بالإفراط و بالتفريط للعدد a بالسعة $\frac{3}{10}$.

2. حدد القيمة المقربة للعدد a بالدقة $\frac{3}{20}$.

التمرين 16: ليكن x و y عدنان حقيقيان بحيث: $\left|2x - \frac{3}{2}\right| < \frac{1}{2}$ و $\left|y - \frac{3}{4}\right| < \frac{1}{4}$.

1. بين أن x و y عنصران من المجال $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$.

2. تحقق من أن: $xy - 3x - 2y - 1 = (x-2)(y-3) - 7$ ثم استنتج أن: $-5 < xy - 3x - 2y - 1 < -\frac{13}{4}$.

التمرين 17: $2 < x < 3$ و $\alpha = x^2 - 5x + 6$.
1. حدد تائيرا للعدد α .

2. تحقق من أن: $\alpha = (x-2)(x-3)$ ثم استنتج تائيرا أدق للعدد α .

3. تحقق من أن: $\alpha = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ ، ثم استنتج تائيرا أكثر دقة للعدد α .

التمرين 18: نضع $A = \frac{\sqrt{1+a^2}}{a}$ حيث a عدد حقيقي غير منعدم.

1. بين أن: $\frac{\sqrt{1+a^2}}{a} - \frac{1}{a} = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}+1}$.

2.

a. بين أن: $\sqrt{1+a^2} + 1 \geq 2$.

b. استنتج أن: $\left|A - \frac{1}{a}\right| \leq \frac{1}{2}|a|$.

3. حدد قيمة مقربة للعدد $\frac{\sqrt{1,0001}}{0,01}$ بالدقة 5×10^{-3} .

التمرين 19: لكل x من \mathbb{R} ، نضع: $A = \sqrt{x^2+1} - |x|$ و $B = \sqrt{x^2+1} + |x|$.

1.

a. بين أن: $A > 0$ لكل عدد حقيقي x .

b. استنتج أن: $B > 2|x|$ لكل عدد حقيقي x .

2.

a. تحقق أن: $A \times B = 1$ لكل عدد حقيقي x .

b. استنتج أنه لكل x من \mathbb{R}^* : $0 < A < \frac{1}{2|x|}$ ثم $|x| < \sqrt{x^2+1} < |x| + \frac{1}{2|x|}$.

3. أعط تائيرا للعدد $\frac{\sqrt{122}}{3}$ سعته $\frac{1}{66}$.