

تصحيح أولمبياد الرياضيات

	<p>تمرين 1: (2ن) $\frac{x^2 + y^2}{2} = xy$ تعني $x^2 + y^2 = 2xy$ تعني $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ تعني $(x - y)^2 = 0$ تعني $x - y = 0$ تعني $x = y$</p>	<p>2ن</p>
	<p>تمرين 2: (4ن) $2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6} = 2(1 + \sqrt{2}) - \sqrt{3}(1 + \sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3})$ ب- $\frac{1}{2 + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}} = \frac{1}{(1 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{3})} = \frac{(1 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})}{-1} = -(1 - \sqrt{2})(2 + \sqrt{3})$</p>	<p>2ن 2ن</p>
	<p>تمرين 3: (3ن) a و b موجبين قطعاً. ط1: $a < b$ تعني $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ تعني $1 + \sqrt{a} < 1 + \sqrt{b}$ تعني $\frac{1}{1 + \sqrt{b}} < \frac{1}{1 + \sqrt{a}}$ ولدينا $a < b$ إذن $\frac{a}{1 + \sqrt{b}} < \frac{b}{1 + \sqrt{a}}$ ط2: - استعمال الفرق - $\frac{b}{1 + \sqrt{a}} - \frac{a}{1 + \sqrt{b}} = \frac{(b - a) + (b\sqrt{b} - a\sqrt{a})}{(1 + \sqrt{a})(1 + \sqrt{b})}$ * $a < b$ تعني $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ إذن $a\sqrt{a} < b\sqrt{b}$ إذن $b\sqrt{b} - a\sqrt{a} > 0$ ولدينا كذلك $b - a > 0$ إذن البسط موجب وكذلك المقام</p>	<p>3ن</p>
	<p>تمرين 4: (3ن) لدينا $3a^2 \geq 0$ و $3a^2 = 2(c^2 - b^2)$ إذن $c^2 - b^2 \geq 0$ تعني $c^2 \geq b^2$ تعني $c \geq b$. لدينا $3a^2 = 2(c^2 - b^2)$ تعني $3a^2 = 2c^2 - 2b^2$ تعني $2b^2 = 2c^2 - 3a^2$ إذن $2c^2 - 3a^2 \geq 0$ تعني $2c^2 \geq 3a^2$ تعني $c^2 \geq \frac{3}{2}a^2 = a^2 + \frac{1}{2}a^2$ إذن $c^2 \geq a^2$ تعني $c \geq a$.</p>	<p>1,5 1,5</p>
	<p>تمرين 5: (3ن) لدينا $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{AMC}$ تعني $\frac{BB' \times AC}{2} = \frac{MH \times AB}{2} + \frac{MK \times AC}{2}$ ولدينا $BB' = MH + MK$ إذن $AB = AC$ $BB' \times AC = MH \times AB + MK \times AC$</p>	<p>1,5 1,5</p>
	<p>تمرين 6: (5ن) لدينا $S_{AMN} = S_{BMNC}$ تعني $\frac{AE \times MN}{2} = \frac{(MN + BC) \times EF}{2}$ تعني $AE \times MN = (MN + 4)EF$ (1) $\frac{AE}{EF} = \frac{MN + 4}{MN}$ نعتبر المثلث ABF لدينا (ME) // (BF) ح-خ-ط-م فان : نحسب MN بدلالة x : نعتبر المثلث ABC لدينا (MN) // (BC) ح-خ-ط-م- فان : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ إذن $\frac{x}{2} = \frac{MN}{4}$ تعني $MN = 2x$ إذن (1) تصبح : $\frac{AE}{EF} = \frac{MN + 4}{MN} = \frac{2x + 4}{2x} = \frac{x + 2}{x}$ من (1) و (2) نستنتج : $\frac{x}{2 - x} = \frac{x + 2}{x}$ تعني $x^2 = (2 - x)(x + 2)$ تعني $x^2 = 4 - x^2$ تعني $2x^2 = 4$ تعني $x^2 = 2$ إذن $x = \sqrt{2}$ ($AM = x > 0$)</p>	<p>1 1 1 1 1</p>