المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي
وتكوين الأطر والبحث العلمي
قطاع التربية الوطنية
نيابة العرائش

الثالثة إعدادي
المباريات الإقليمية في مادة
الرياضيات . المرحلة الثانية
الجمعة 23 فبراير 2007

التصحيح

من إنجاز : محمد الفتحي
أستاذ بثانوية الوفاء الإعدادية
العرائش

التمرين الأول :

لدينا $0<x<1$ إذن $0<\sqrt{x}<\sqrt{1}$ ومنه $1-\sqrt{x}>0$.

إذن : $\sqrt{x+2\sqrt{x}+1}+\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}=\sqrt{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}$.

$$=\sqrt{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}+\sqrt{\left(1-\sqrt{x}\right)^2}$$

$$=\left(\sqrt{x}+1\right)+\left(1-\sqrt{x}\right)$$ لأن $1-\sqrt{x}>0$ و $\sqrt{x}+1>0$

$$=\sqrt{x}+1+1-\sqrt{x}$$

يعني : $\sqrt{x+2\sqrt{x}+1}+\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}=2$

التمرين الثاني :

لدينا : $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3-\frac{a^3+b^3}{2}=\frac{(a+b)(a+b)^2}{2^3}-\frac{a^3+b^3}{2}$

$$=\frac{(a+b)\left(a^2+2ab+b^2\right)}{8}-\frac{a^3+b^3}{2}$$

$$=\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{8}-\frac{4\left(a^3+b^3\right)}{8}$$

$$=\frac{-3a^3+3a^2b+3ab^2-3b^3}{8}$$

$$=\frac{-3\left(a^3-a^2b-ab^2+b^3\right)}{8}$$

$$=\frac{-3\left[a^2(a-b)-b^2(a-b)\right]}{8}$$

$$=\frac{-3(a-b)\left(a^2-b^2\right)}{8}$$

$$=-\frac{3(a-b)(a-b)(a+b)}{8}$$

يعني $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3-\frac{a^3+b^3}{2}=-\frac{3(a+b)(a-b)^2}{8}$

نعلم أن b و a و 3 و 8 أعداد حقيقية موجبة و $(a-b)^2\geq 0$. إذن $\frac{3(a+b)(a-b)^2}{8}\geq 0$

يعني : $-\frac{3(a+b)(a-b)^2}{8}\leq 0$ أي : $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3-\frac{a^3+b^3}{2}\leq 0$ وبالتالي : $\left(\frac{a+b}{2}\right)^3\leq\frac{a^3+b^3}{2}$.

التمرين الثالث :

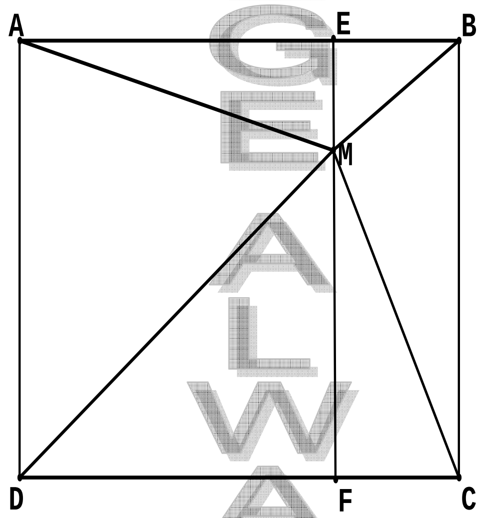
لدينا : $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}$ إذن : $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$

يعني : $a^2+2+\frac{1}{a^2}=5$ أي $a^2+\frac{1}{a^2}=3$

إذن $\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)\left(a+\frac{1}{a}\right)=3\sqrt{5}$ يعني $a^3+a+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^3}=3\sqrt{5}$ أي $a^3+\sqrt{5}+\frac{1}{a^3}=3\sqrt{5}$

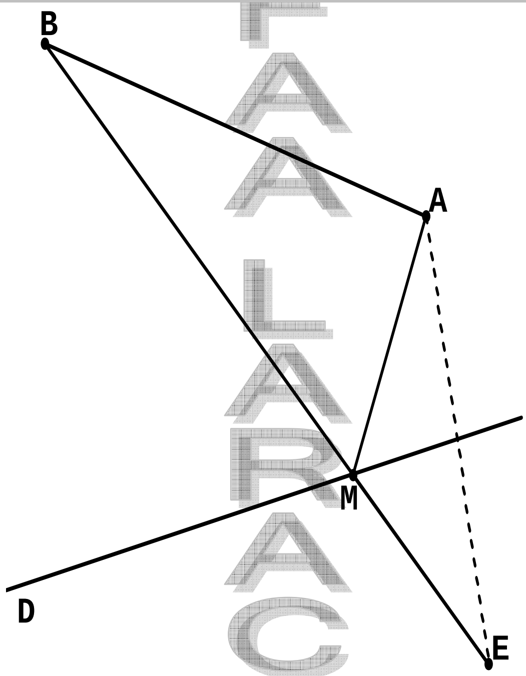
وبالتالي : $a^3+\frac{1}{a^3}=2\sqrt{5}$.

التمرين الرابع :



لتكن E المسقط العمودي ل M على (AB)
بحيث المستقيم (ME) يقطع $[DC]$ في F .
إذن الرباعي $EBCF$ مستطيل ومنه $EB=FC$.
والرباعي $AEFD$ مستطيل ومنه $AE=DF$.
والمثلث AEM قائم الزاوية في E ومنه
$AM^2=AE^2+EM^2$ والمثلث CFM قائم الزاوية في F
ومنه $CM^2=FC^2+FM^2$ والمثلث BEM قائم الزاوية في
E ومنه $BM^2=BE^2+EM^2$ والمثلث DFM قائم
الزاوية في F ومنه $DM^2=FD^2+FM^2$ إ ذن :
$MA^2+MC^2=AE^2+EM^2+FC^2+FM^2$
و $MB^2+MD^2=BE^2+EM^2+FD^2+FM^2$
وبما أن : $EB=FC$ و $AE=DF$
فإن : $MA^2+MC^2=MB^2+MD^2$

التمرين الخامس :



لتكن E مماثلة A بالنسبة للمستقيم (D)
إذن (D) واسط $[AE]$
وبما أن M تنتمي إلى(D) فإن $ME=MA$
و لدينا $BM+ME\geq BE$ مهما كانت النقطة M من (D)
يعني $BM+ME+AB\geq BE+AB$
إذن لكي تكون $BM+ME+AB$ أصغر ما يمكن يجب أن تكون
$BM+ME+AB=BE+AB$
أي $BM+ME=BE$
يعني M تنتمي إلى$[BE]$
إذن النقطة M هي تقاطع (D) و $[BE]$
ونعلم أن محيط المثلث هو $AM+MB+AB$
ولدينا $ME=MA$ إذن $AM+MB+AB=MB+ME+AB$
وبالتالي لكي يكون محيط المثلث AMB أصغر ما يمكن يجب
أن تكون يجب أن تكون النقطة M هي هي تقاطع(D) و
$[BE]$ بحيث E مماثلة A بالنسبة للمستقيم (D) .