

التمرين 1

$$\begin{aligned} C &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{8}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2^2 \times 2}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2} \times 2 \times \sqrt{2}}{4} \\ &= \frac{2 \times (\sqrt{2})^2}{4} \\ &= \frac{2 \times 2}{4} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} & A &= \sqrt{2} \times \sqrt{18} \\ &= \frac{\sqrt{4^2 \times 3}}{\sqrt{3}} & &= \sqrt{2} \times \sqrt{3^2 \times 2} \\ &= \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}} & &= \sqrt{2} \times 3 \times \sqrt{2} \\ &= 4 & &= 3 \times (\sqrt{2})^2 \\ & & &= 3 \times 2 \\ & & &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{4 - \sqrt{15}} \\ &= \sqrt{(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15})} \\ &= \sqrt{(4)^2 - (\sqrt{15})^2} \\ &= \sqrt{16 - 15} \\ &= \sqrt{1} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D &= 5\sqrt{27} - 4\sqrt{48} + 2\sqrt{3} \\ &= 5\sqrt{3^2 \times 3} - 4\sqrt{4^2 \times 3} + 2\sqrt{3} \\ &= 15\sqrt{3} - 16\sqrt{3} + 2\sqrt{3} \\ &= (15 - 16 + 2)\sqrt{3} \end{aligned}$$

التمرين 2

(1) أـ لكل x من \mathbb{R} : المعادلة $(5x+4)(x+1)+x^2-1=0$ تكافئ $(5x+4)(x+1)+(x-1)(x+1)=0$

تكافئ $(x+1)[(5x+4)+(x-1)]=0$

تكافئ $(x+1)[6x+3]=0$

تكافئ $(6x+3)=0$ أو $(x+1)=0$

تكافئ $x = -1$ أو $x = -\frac{1}{2}$ أتم

ب- لكل x من \mathbb{R} : المعادلة $\frac{x}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{x}{6}$ تكافئ $\frac{2x}{6} - \frac{3(x+1)}{6} = \frac{3}{6} + \frac{x}{6}$ تكافئ

$$2x - 3(x+1) = 3 + x \quad \text{تكافئ}$$
$$2x - 3x - x = 3 + 3 \quad \text{تكافئ}$$
$$-2x = 6 \quad \text{تكافئ}$$
$$x = -3 \quad \text{تكافئ} \quad \text{أتمم}$$

(2)
أ- لكل x من \mathbb{R} : المتراجحة $2(x+3) > 5x - 3$ تكافئ $2x - 5x > -3 - 6$ تكافئ

$$-3x > -9 \quad \text{تكافئ}$$
$$x < 3 \quad \text{تكافئ} \quad \text{أتمم}$$

ب- لكل x من \mathbb{R} : المتراجحة $\frac{2x+5}{2} \leq \frac{-5x-8}{4}$ تكافئ $\frac{2(2x+5)}{4} \leq \frac{-5x-8}{4}$ تكافئ

$$2(2x+5) \leq -5x-8 \quad \text{تكافئ}$$
$$4x+5x \leq -8-10 \quad \text{تكافئ}$$
$$9x \leq -18 \quad \text{تكافئ}$$
$$x \leq -2 \quad \text{تكافئ} \quad \text{أتمم}$$

التمرين 3

(1)
• $-5 \leq a \leq -2$ و $2 \leq 2b \leq 6$ إذن $-5+2 \leq a+2b \leq -2+6$ أي $-3 \leq a+2b \leq 4$
• $-5 \leq a \leq -2$ و $-3 \leq -b \leq -1$ إذن $-5-3 \leq a-b \leq -2-1$ أي $-8 \leq a-b \leq -3$
• $2 \leq -a \leq 5$ و $1 \leq b \leq 3$ إذن $2 \leq -a \times b \leq 15$ أي $-15 \leq a \times b \leq -2$

(2)

نفترض في هذا التمرين أن c عدد حقيقي موجب ($c \neq \sqrt{3}$)

بما أن $1 \leq \frac{1}{c^2-3} \leq \frac{1}{6}$ فإن $1 \leq c^2 - 3 \leq 6$ أي $4 \leq c^2 \leq 9$ أي $2 \leq c \leq 3$

التمرين الرابع

(1)
• مبرهنة طاليس المباشرة باعتبار المتوازيين (EF) و (BC) و القاطعين (AC) و (AB)

$$(1) \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

• مبرهنة طاليس المباشرة باعتبار المتوازيين (GE) و (DC) و القاطعين (AC) و (AD)

$$(2) \frac{AG}{AD} = \frac{AE}{AC}$$

(2)

من (1) و (2) نستنتج أن $\frac{AF}{AB} = \frac{AG}{AD}$ وحسب مبرهنة طاليس العكسية فإن $(BD) \parallel (FG)$

التمرين الخامس

(1)

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= 2^2 + (\sqrt{6})^2 \\ &= 4 + 6 \\ &= 10 \quad \text{أبما أن} \\ &= (\sqrt{10})^2 \\ &= BC^2 \end{aligned}$$

فإن ABC مثلث قائم الزاوية في الرأس A .

ب-

$$\begin{aligned} \cos \hat{B} &= \frac{AB}{BC} = \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5} \\ \sin \hat{B} &= \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{15}}{5} \\ \tan \hat{B} &= \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{aligned}$$

ج- باعتبار المثلث AEB القائم الزاوي في E لدينا :

$$AE = AB \times \sin \hat{B} = 2 \frac{\sqrt{15}}{5} \quad \text{أي} \quad \sin \hat{B} = \frac{AE}{AB}$$

$$BE = AB \times \cos \hat{B} = 2 \frac{\sqrt{10}}{5} \quad \text{أي} \quad \cos \hat{B} = \frac{BE}{AB}$$

(2)

$$\begin{aligned} 31 + 59 &= 90 \\ 53 + 37 &= 90 \end{aligned}$$

اتمم لاحظ أن

التمرين السادس

(1)

$$\begin{aligned}\hat{BDH} &= \frac{1}{2} \hat{BOH} \\ &= \frac{1}{2} \times 60 \quad \text{زاوية محيطية و } \hat{BOH} \text{ الزاوية المركزية المرتبطة بها إذن} \\ &= 30^\circ\end{aligned}$$

(2) بما أن $[AB]$ قطر للدائرة و D نقطة من نفس الدائرة فإن المثلث ADB قائم الزاوية في الرأس D أي

$$\hat{ADB} = 90^\circ \text{ و عليه فإن } \hat{BDH} = \frac{1}{3} \hat{ADB}$$