

# ثنائي القطب RL تمارين مرفقة بالحلول فيزياء تارودانت



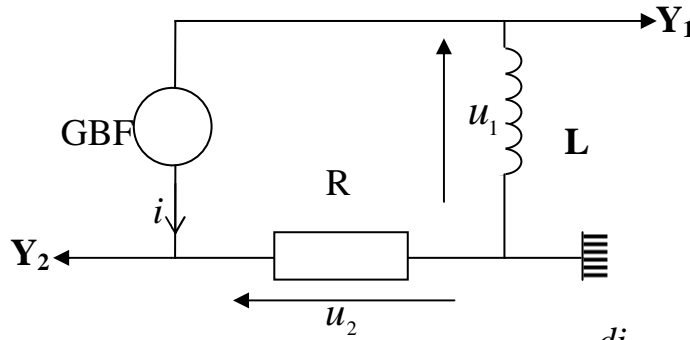
<http://9alami.com>

1

تحتوي الدارة الكهربائية الممثلة أسفله على موصل أومي مقاومته  $R = 300\Omega$  و شريحة مثالية : مقاومتها منعدمة و معامل تحريضها  $L$ .  
يهدف هذا التمرين إلى تحديد معامل تحريض الشريحة باعتماد تجربتين مختلفتين.

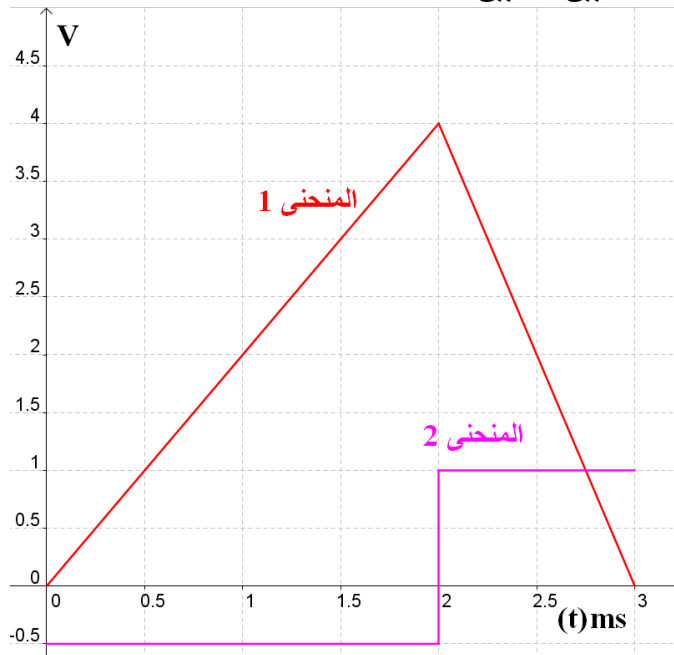
## الجزء الأول: التجربة الأولى

يزود المولد GBF الدارة الكهربائية بتوتر ذي شكل أسنان المنشار.  
نمثل بواسطة حاسوب التوترين  $u_1$  و  $u_2$  بدلالة الزمن  $t$ .



1- عبر عن  $u_1$  و  $u_2$  بدلالة  $L; R; i; \frac{di}{dt}$

2- نعاين على الحاسوب المنحنيين التاليين:



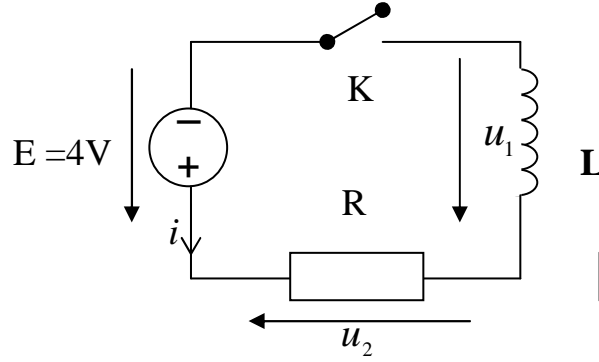
أعط مدلول كل من المنحنيين . علل جوابك.



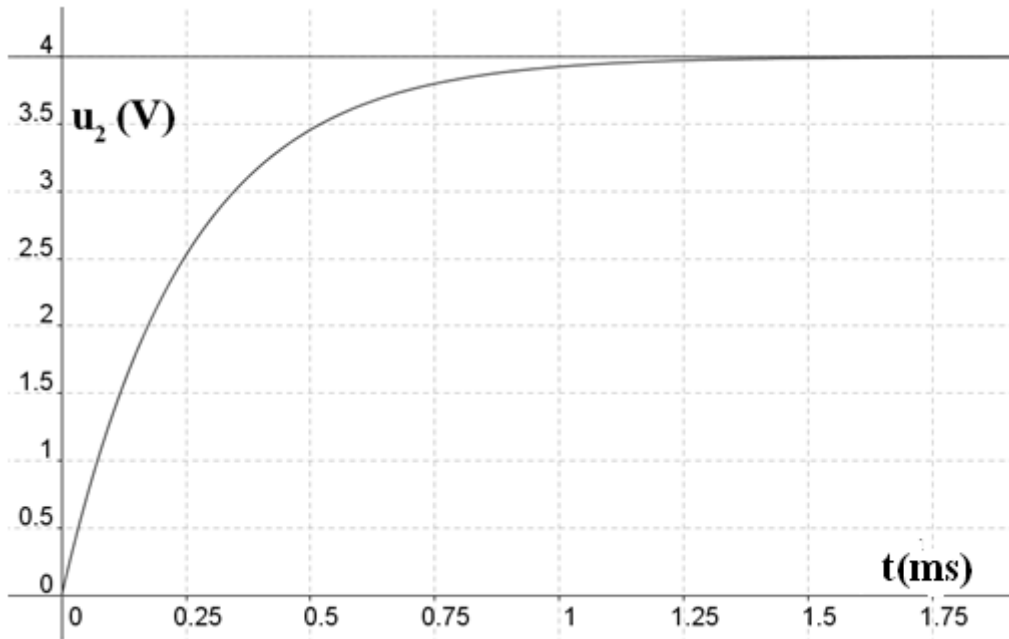
- 3- أعط تعبير كل من  $u_1$  و  $u_2$  بدلالة الزمن  $t$  في المجالين  $t \in [0; 2ms]$  و  $t \in [2ms; 3ms]$
- 4- أوجد العلاقة الرياضية بين التوترين  $u_1$  و  $u_2$  و استنتج قيمة معامل تحريض الوشيعية باعتماد المجال  $t \in [0; 2ms]$
- 5- تحقق من صلاحية هذه العلاقة في المجال  $t \in [2ms; 3ms]$ .

### التجربة الثانية:

نعوض المواد GBF بمولد توتر مستمر بحيث نغلق قاطع التيار عند اللحظة  $t=0$ .



- 1- اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_2$ .
- 2- نقبل أن حل المعادلة هو  $u_2(t) = Ae^{-t/\tau} + B$ . حدد الثابتين A و B باستعانتك بالمبيان أسفله.
- 3- أوجد بطريقتين مختلفتين ثابتة الزمن  $\tau$  و استنتج قيمة معامل تحريض الوشيعية.



منحنى تغير التوتر  $u_2$  بدلالة الزمن  $t$



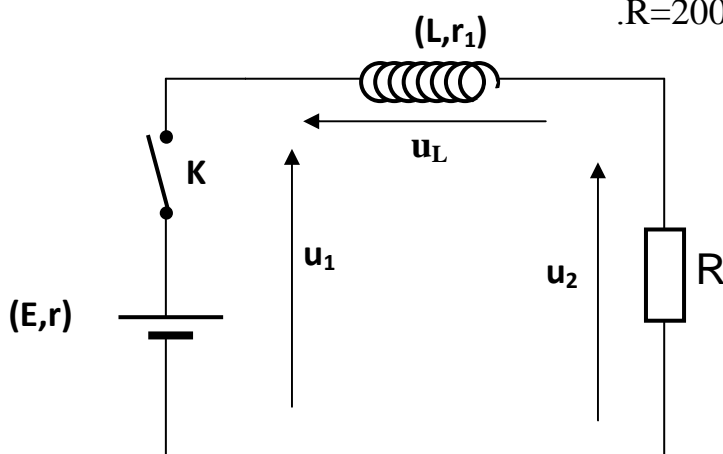


- 4- باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو  $u_2(t) = Ae^{-t/\tau} + B$  ، حدد كل من  $\tau$  و  $A$  و  $B$  بدلالة  $E$  و  $R$  و  $L$  و  $r$ .
- 5- استنتج من الوثيقة 2 قيمة كل من ثابتة الزمن  $\tau$  و شدة التيار  $I_0$  في النظام الدائم .
- 6- أوجد تعبير  $u_2(t)$  ، ثم استنتج قيمة المقاومة  $r$  و معامل التحريض  $L$  للوشية.
- 7- استنتج تعبير شدة التيار  $i(t)$  و التوتر  $u_L(t)$  بين مربطي الوشية.
- 8- مثل شكل منحنى تغير  $u_L(t)$  بدلالة الزمن  $t$ .

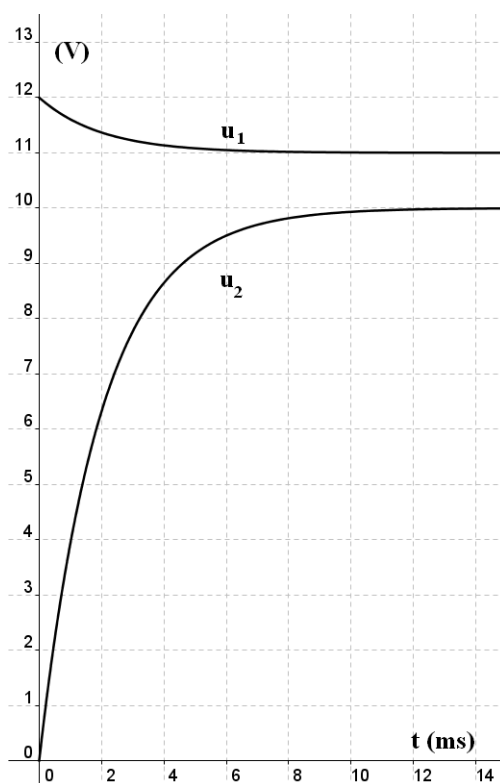
3

نركب على التوالي في دارة كهربائية:

- وشية مقاومتها  $r_1$  و معامل تحريضها  $L$ .
- مولد توتر مستمر قوته الكهرومحركة  $E$  و مقاومته الداخلية  $r$ .
- موصل أومي مقاومته  $R=200\Omega$ .
- قاطع التيار  $K$ .



نغلق قاطع التيار عند اللحظة  $t=0$  ، و نمثل بواسطة واجهة و حاسوب التوترين  $u_1$  و  $u_2$  فنحصل على المنحنيين التاليين.



1- أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار  $i(t)$ .

2-

أ) باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو  $i(t) = I_0 e^{-\alpha t} + I_{01}$  ، أوجد تعبير كل من  $I_{01}$  و  $\alpha$  بدلالة

$E, L, r, r_1, R$

ب) بين باعتماد الحالة البدئية أن  $I_0 = -I_{01}$

3- بين أن  $u_2(t)$  تتناسب مع شدة التيار  $i(t)$  .

4- استنتج من المبيان تعبير  $u_2(t)$  و  $i(t)$  بدلالة  $t$  و  $\alpha$  محددًا قيمة  $I_{01}$ .

5- استنتج من المبيان ثابتة الزمن  $\tau$  و استنتج قيمة الثابتة  $\alpha$  ، ثم أعط تعبير  $u_2(t)$  و  $i(t)$  بدلالة  $t$ .

6- ما هو دور الوشيجة في النظامين الانتقالي و الدائم.

7- استنتج من المبيان القوة الكهرومحرركة  $E$  للمولد و مقاومته الداخلية  $r$ .

8- أوجد تعبير التوتر  $u_1(t)$  بدلالة الزمن  $t$ .

9- أوجد قيمة مقاومة الوشيجة.

10- استنتج معامل التحريض  $L$  للوشيجة.

11- أوجد تعبير التوتر  $u_L$  بين مربطي الوشيجة.

<http://phychi.voila.net>

<http://phychi.voila.net>



الجزء الأول: التجربة الأولى

1- لدينا:

$$u_1 = -L \frac{di}{dt}$$

$$u_2 = Ri$$

2- باعتبار أحد المجالين نجد أن المنحنى 1 عبارة عن مستقيم (دالة خطية أو تآلفية) و المنحنى 2 دالة ثابتة

نعلم أن مشتقة دالة تآلفية (أو خطية) هي دالة ثابتة ، و نستنتج من جواب السؤال السابق أن  $u_1$  يتناسب مع مشتقة  $u_2$ ، و بالتالي سيتحقق في كلا المجالين  $t \in [0;2ms]$  و  $t \in [2ms;3ms]$  ما يلي :

-  $u_2$  ستكون هي الدالة التآلفية (أو الخطية) أي المنحنى 1

-  $u_1$  ستكون هي الدالة الثابتة أي المنحنى 2

3-

نعتبر المجال  $t \in [0;2ms]$ :

$$u_1 = -0,5V$$

$$u_2 = at$$

مع:

$$a = \frac{\Delta u_2}{\Delta t} = \frac{4-0}{2.10^{-3}-0} = 2000V.s^{-1}$$

و بالتالي:

$$u_1 = -0,5V$$

$$u_2 = 2000t(V)$$

نعتبر المجال  $t \in [2ms;3ms]$

بنفس الطريقة نجد:

$$u_1 = 1V$$

$$u_2 = -4000t + b(V)$$

**تحديد b:**

لدينا

$$u_2(t = 0,003s) = 0 = -12 + b \Rightarrow b = 12V$$

إذن:

$$u_1 = 1V$$

$$u_2 = -4000t + 12(V)$$



4- لدينا:

$$u_1 = -L \frac{di}{dt} = -\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt}$$

إذن:

$$u_1 = -L \frac{di}{dt} = -\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt}$$

$$L = \frac{-Ru_1}{\frac{du_2}{dt}}$$

في المجال  $t \in [0; 2ms]$  نجد:

$$u_1 = -0,5V$$

$$\frac{du_2}{dt} = 2000V \cdot s^{-1}$$

و من تم نجد:

$$L = \frac{-300 * (-0,5)}{2000} = \frac{150}{2000} = 0,075H = 75mH$$

5- في المجال  $t \in [2ms; 3ms]$  لدينا:

$$u_1 = 1V$$

$$\frac{du_2}{dt} = -4000V \cdot s^{-1}$$

$$-\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = -\frac{0,075}{300} * (-4000) = 1V \Rightarrow -\frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = u_1$$

### التجربة الثانية:

1- لدينا:

$$u_2 + u_1 = E$$

$$u_2 + L \frac{di}{dt} = E$$

$$u_2 + \frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = E$$



2- باعتبار أن حل المعادلة التفاضلية هو:

$$u_2(t) = Ae^{-t/L/R} + B$$

من خلال المبيان نجد أن:

$$u_2(t = \infty) = B = 4V$$

$$u_2(t = 0) = 0 = A + B \Rightarrow A = -B = -4V$$

و من تم نكتب:

$$u_2(t) = 4(1 - e^{-t/L/R})(V)$$

3-

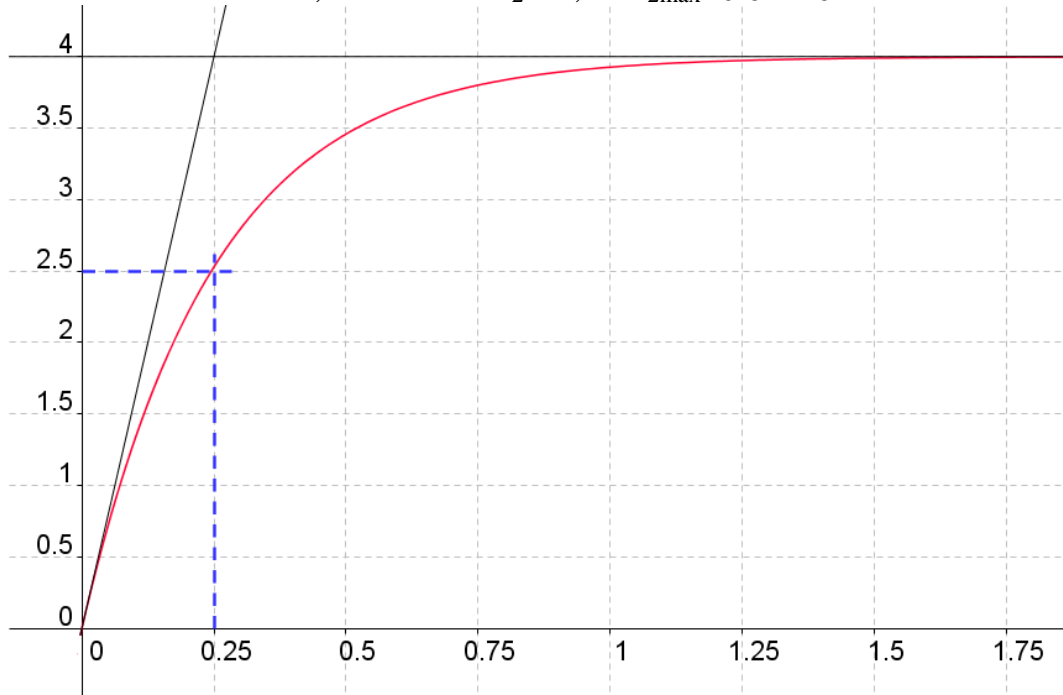
الطريقة الأولى:

نمثل مماس المنحنى عند اللحظة  $t=0$  ، حيث يقطع المقارب للمنحنى عند ما لا نهاية ( $u_2 = 4$ ) في نقطة أفصولها

$$t = \tau = 0,25 \text{ ms}$$

الطريقة الثانية:

نحدد اللحظة  $t = \tau$  حيث يكون التوتر  $u_2 = 0,63 u_{2\text{max}}$  فنجد  $\tau = 0,25 \text{ ms}$



لدينا:

$$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow L = \tau.R$$

ت ع:

$$L = 2,5 \cdot 10^{-4} * 300 = 0,075H = 75mH$$





- 1- بما أن التوتر بين مربطي المولد ثابت و التوتر بين مربطي الموصل الأومي متغير خلال النظام الانتقالي نتيجة تناسبه مع شدة التيار (إقامة التيار) إذن فالمنحنى C2 هو الذي يطابق التوتر  $u_2$  .  
 2- لدينا:  $u_2 = Ri$  إذن فشدة التيار تتغير بنفس كيفية تغير التوتر بين قطبي الموصل الأومي.

3- لدينا:

$$u_2 + u_L = E$$

$$u_2 + ri + L \frac{di}{dt} = E$$

$$u_2 + r \frac{u_2}{R} + L \frac{d\left(\frac{u_2}{R}\right)}{dt} = E$$

$$u_2 \left(1 + \frac{r}{R}\right) + \frac{L}{R} \frac{du_2}{dt} = E$$

$$u_2 + \left(\frac{L}{R+r}\right) \frac{du_2}{dt} = \frac{R}{R+r} E$$

4-

$$u_2 = Ae^{-t/\tau} + B$$

$$\frac{du_2}{dt} = -\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$u_2 + \left(\frac{L}{R+r}\right) \frac{du_2}{dt} = \frac{R}{R+r} E$$

$$\Leftrightarrow Ae^{-t/\tau} + B + \left(\frac{L}{R+r}\right) \left(-\frac{A}{\tau} e^{-t/\tau}\right) = \frac{R}{R+r} E$$

$$\Leftrightarrow Ae^{-t/\tau} \left(1 - \frac{L}{(R+r)\tau}\right) + B - \frac{R}{R+r} E = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{L}{(R+r)\tau} = 0 \\ B - \frac{R}{R+r} E = 0 \end{cases}$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tau = \frac{L}{(R+r)} \\ B = \frac{R}{R+r} E \end{cases}$$

لدينا عند اللحظة  $t=0$  :

$$u_2(t=0) = A + B = 0$$

$$A = -B = -\frac{R}{R+r} E \quad \text{إذن:}$$

-5

#### تحديد $\tau$ :

يتقاطع مماس المنحنى تغير  $u_2$  بدلالة الزمن مع مقارب هذا التوتر عند ما لا نهاية عند اللحظة  $t=\tau$  : نستنتج من الوثيقة (2) أن  $\tau = 4 \text{ ms}$ .

#### تحديد $I_0$ :

نستنتج من الوثيقة أن التوتر  $u_2$  في النظام الدائم هو  $U_0 = 5V$  و من تم فإن:

$$I_0 = \frac{U_0}{R}$$

ت ع:

$$I_0 = \frac{5}{100} = 0,05 A = 50 \text{ mA}$$

-6 - لدينا:

$$u_2 = Ae^{-t/\tau} + B = B(1 - e^{-250t})$$

$$B = u_2(t = \infty) = 5V$$

إذن:

$$u_2 = 5(1 - e^{-250t}) (V)$$

#### تحديد المقاومة $r$ للوشية:

لدينا:

$$B = 5 = \frac{R}{R+r} E$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{R}{5} E - R = R \left( \frac{E}{5} - 1 \right)$$

ت ع:

$$r = 100 \left( \frac{6}{5} - 1 \right) = 20 \Omega$$



تحديد معامل التحريض L  
لدينا:

$$\tau = \frac{L}{(R+r)}$$

$$\Leftrightarrow L = \tau(R+r)$$

$$L = 0,004(120) = 0,48H$$

ت ع:

-7

تحديد تعبير i(t)  
لدينا:

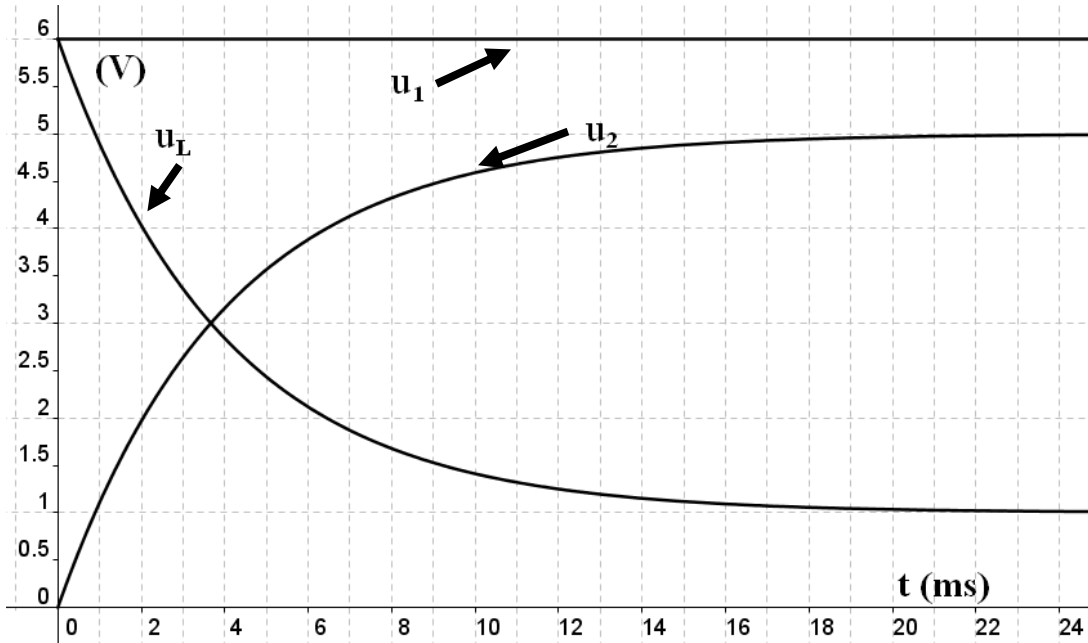
$$u_2(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R} = 5 \frac{(1 - e^{-250t})}{100} = 0,05(1 - e^{-250t})(A) = 50(1 - e^{-250t})mA$$

تحديد تعبير u\_L(t)  
لدينا:

$$u_L(t) = E - u_2(t) = 6 - 5(1 - e^{-250t}) = 5e^{-250t} + 1 \quad (V)$$

-8



$$u_1 = u_L + u_2$$

$$\Leftrightarrow E - ri = r_1 i + L \frac{di}{dt} + Ri$$

$$\Leftrightarrow E = (r + r_1 + R)i + L \frac{di}{dt}$$

$$\Leftrightarrow i + \left( \frac{L}{r + r_1 + R} \right) \frac{di}{dt} = \frac{E}{r + r_1 + R}$$

-2

(أ) لدينا:

$$i(t) = I_0 e^{-\alpha t} + I_{01}$$

إذن:

$$\frac{di(t)}{dt} = -\alpha I_0 e^{-\alpha t}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية:

$$i + \left( \frac{L}{r + r_1 + R} \right) \frac{di}{dt} = \frac{E}{r + r_1 + R}$$

$$\Leftrightarrow I_0 e^{-\alpha t} + I_{01} + \left( \frac{L}{r + r_1 + R} \right) \left( -\alpha I_0 e^{-\alpha t} \right) - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0$$

$$\Leftrightarrow I_0 e^{-\alpha t} \left( 1 - \frac{L\alpha}{r + r_1 + R} \right) + I_{01} - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0$$

و من تم نحصل على:

$$\begin{cases} 1 - \frac{L\alpha}{r + r_1 + R} = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{r + r_1 + R}{L} \\ I_{01} - \frac{E}{r + r_1 + R} = 0 \Rightarrow I_{01} = \frac{E}{r + r_1 + R} \end{cases}$$

(ب) لدينا عند  $t=0$ :

$$i(t=0) = 0 \Rightarrow I_0 e^{-0} + I_{01} = 0 \Rightarrow I_0 + I_{01} = 0 \Rightarrow I_0 = -I_{01}$$



3- لدينا:  $u_2 = Ri$  و من تم فإن التوتر  $u_2$  يتناسب مع شدة التيار  $i$ .

-4

### تحديد التوتر $u_2(t)$ بدلالة $t$ و $\alpha$

بما أن التوتر  $u_2$  يتناسب مع شدة التيار  $i$ ، إذن يمكننا كتابة التوتر  $u_2$  على الشكل التالي:

$$u_2(t) = Ri(t) = RI_{01}(1 - e^{-\alpha t}) = U_{20}(1 - e^{-\alpha t})$$

بحيث:  $U_{20}$  هو التوتر  $u_2$  خلال النظام الدائم، حيث نستنتج من المبيان أن:  $U_{20} = 10V$ ، و هكذا نحصل على تعبير التوتر  $u_2$ :

$$u_2(t) = U_{20}(1 - e^{-\alpha t}) = 10(1 - e^{-\alpha t})(V)$$

### تحديد شدة التيار $i(t)$ بدلالة $t$ و $\alpha$

لدينا:

$$i(t) = \frac{u_2(t)}{R} = 0,05(1 - e^{-\alpha t})(A) = 50(1 - e^{-\alpha t})(mA)$$

### تحديد $I_{01}$ :

لدينا عند النظام الدائم:

$$U_{20} = RI_{01} \Rightarrow I_{01} = \frac{U_{20}}{R} = \frac{10}{200} = 0,05A = 50mA$$

-5

### تحديد $\tau$

باستعمال مماس المنحنى  $u_2(t)$  أو تحديد قيمة اللحظة التي يوافق فيها ما يلي:

$$u_2(t = \tau) = 0,63.U_{20} = 6,3V$$

$$\tau = 2ms$$

### تحديد $\alpha$

لدينا:

$$\alpha = \frac{1}{\tau} = 500s^{-1}$$

و من تم نحصل على:

$$i(t) = 50(1 - e^{-500t})(mA)$$

$$u_2(t) = 10(1 - e^{-500t})(V)$$

6- تقاوم الوشيجة إقامة التيار في النظام الانتقالي و تلعب دور موصل أومي مقاومته  $r_1$  في النظام الدائم.

-7

### تحديد القوة الكهرومحرركة $E$ للمولد:

نعلم أن التوتر بين مربطي المولد هو:  $u_1(t) = E - ri(t)$  و بما أن  $i(t = 0) = 0$  إذن:

$$u_1(t = 0) = E$$

و من تم نستنتج من المبيان أن  $E = 12V$ .



### تحديد المقاومة الداخلية r للمولد:

نعبر عن التوتر بين مربطي المولد في النظام الدائم حيث تستقر شدة التيار في القيمة  $I_{01}=50\text{mA}$  كالتالي:

$$U_{01} = E - rI_{01} \Rightarrow r = \frac{E - U_{01}}{I_{01}}$$

ت ع:

$$r = \frac{12 - 11}{0,05} = 20\Omega$$

-8 لدينا:

$$u_1(t) = E - ri(t) = 12 - (1 - e^{-500t}) = 11 + e^{-500t} (V)$$

-9 لدينا في النظام الدائم:

$$I_{01} = \frac{E}{r + r_1 + R} \Rightarrow r_1 = \frac{E}{I_{01}} - (r + R)$$

ت ع:

$$r_1 = \frac{12}{0,05} - (220) = 20\Omega$$

-10 لدينا:

$$\alpha = \frac{r + r_1 + R}{L} \Rightarrow L = \frac{r + r_1 + R}{\alpha}$$

ت ع:

$$L = \frac{240}{500} = 0,48H$$

-11

الطريقة الأولى:

لدينا:

$$u_L(t) = r_1 i(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 20 * 0,05(1 - e^{-500t}) + 0,48 * 0,05 * 500e^{-500t} = 1 + 11e^{-500t} (V)$$

الطريقة الثانية:

لدينا:

$$u_L(t) = u_1(t) - u_2(t) = 11 + e^{-500t} - 10(1 - e^{-500t}) = 1 + 11e^{-500t} (V)$$

**PCtaroudant  
2011**

