

## سلسلة تمارين حول ثنائي القطب RLC

SBIRO Abdelkrim Lycée Agricole Oulad-Taima Agadir Maroc  
 Adresse électronique : [sbiabdou@yahoo.fr](mailto:sbiabdou@yahoo.fr)  
 MSN : [sbiabdou@hotmail.fr](mailto:sbiabdou@hotmail.fr)

(1) تمرين رقم 1 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 149  
 أجب بصحيح أو خطأ على ما يلي:

- 1) تكون الذبذبات الكهربائية في دارة كهربائية RLC المتوالية دائما شبه دورية.
- 2) في النظام الدوري يحدث انتقال للطاقة بين المكثف الوشيعية دون تبدد للطاقة بمفعول جول.
- 3) صيانة الذبذبات الكهربائية في الدارة RLC المتوالية تتحقق بتعويض الطاقة المبددة في الدارة بطاقة كهربائية يمنحها ثنائي القطب يسمى "مقاومة سالبة".
- 4) تكون الدارة RLC المتوالية في نظام لا دوري ، عندما تكون المقاومة R صغيرة جدا.

أجوبة:

(1) خطأ (2) خطأ (3) صحيح (4) خطأ.

\*\*\*\*\*

(2) تمرين رقم 2 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 149  
 اختر الجواب الصحيح مما يلي :

- 1) في اللحظة  $t = 0$  تكون الطاقة الكهربائية للدارة RLC المتوالية مخزونة في:  
 (أ) الوشيعية (ب) المكثف (ج) الموصل الأومي .

(2) تعبير الدور الخاص  $T_0$  هو: (أ)  $T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$  (ب)  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  (ج)  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{C}}$

- 3) التوتر بين مرطبي مكثف في دارة مثالية LC يتغير بدلالة الزمن بطريقة:  
 (أ) خطية (ب) جيبية (ج) أسية .
- 4) عندما نرفع قيمة المقاومة R لدارة RLC متوالية يزداد:  
 (أ) دور التذبذبات (ب) وسع التذبذبات (ج) الطاقة المبددة بمفعول جول .

أجوبة:

(1) (ب) المكثف (2) (ب)  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$  (3) (ب) جيبية (لأن الدارة مثالية) (4) (ج) الطاقة المبددة بمفعول جول .

\*\*\*\*\*

(3) تمرين رقم 3 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 149

نعتبر دارة كهربائية معادلتها التفاضلية:  $\frac{d^2u_c}{dt} + 10^4.u_c = 0$

احسب قيمة معامل تحريضها الذاتي علما أن سعة المكثف هي:  $c = 100\mu F$ .

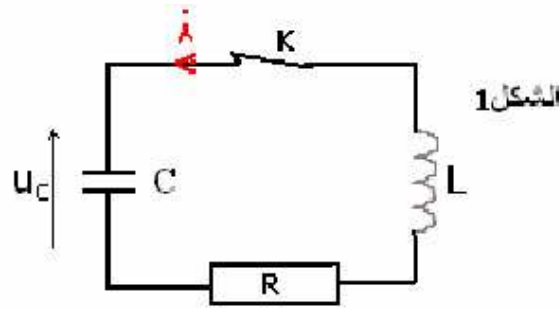
أجوبة:

من خلال المعادلة التفاضلية يتضح أنها معادلة تفاضلية لدارة مثالية LC (وذلك لعدم وجود معامل الخمود الذي يشتمل على المشتقة الأولى للتوتر بدلالة الزمن في المعادلة التفاضلية).

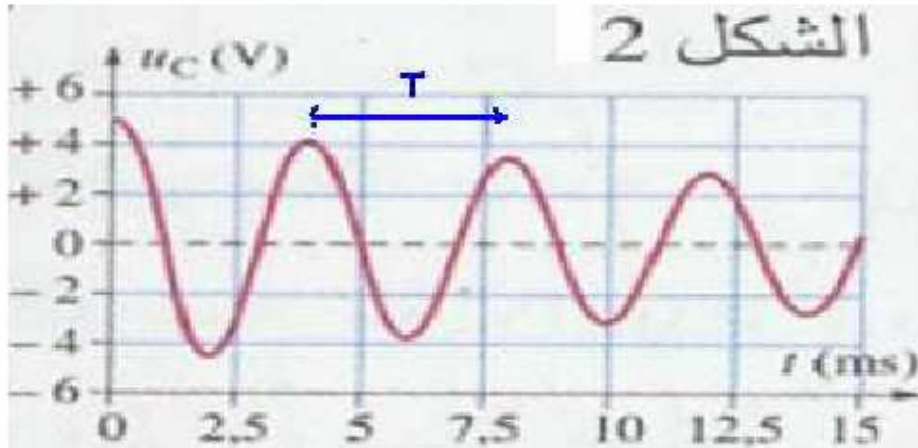
وهي على الشكل:  $\frac{d^2u_c}{dt} + \frac{1}{LC}.u_c = 0$   $\Leftrightarrow \frac{1}{LC} = 10^4 \Leftrightarrow L = \frac{1}{C.10^4} = \frac{1}{100 \times 10^{-6} \times 10^4} = 1H$

\*\*\*\*\*

4) تمرين رقم 4 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 149  
نركب مكثفا مشحونا بين مربطي ثنائي القطب RL (الشكل 1).

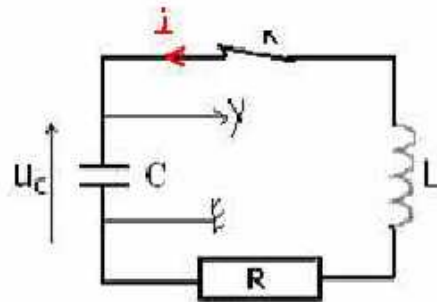


مثل الشكل 2 تغيرات التوتر  $u_c$  بين مربطي المكثف .



- 1) انقل الشكل 1 وبين عليه كيفية ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوتر  $u_c(t)$ .
- 2) ما نظام التذبذبات ؟
- 3) حدد شبه الدور T.
- 4) علما أن سعة المكثف المستعمل  $c = 1\mu F$  حدد معامل التحريض الذاتي للوشيععة. نعتبر أن شبه الدور  $T$  يساوي الدور الخاص.

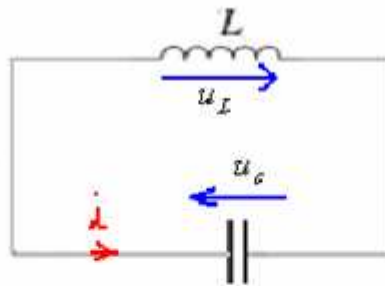
أجوبة:  
(1)



- 2) نظام التذبذبات شبه دوري .
- 3) مبيانيا شبه الدور :  $T = 4ms$ .

$$L = \frac{T_0^2}{4C\pi^2} = \frac{16 \times 10^{-6}}{4\pi^2 \times 10^{-6}} = 0,4H \leftarrow \frac{T_0^2}{4\pi^2} = LC \leftarrow T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 4 \times 10^{-3} s (4)$$





$$(2) \text{ بتطبيق قانون تجميع التوترات: } u_L = -u_C \Leftrightarrow u_L + u_C = 0 \Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$$

$$\text{وبما أن: } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt} \text{ فإن المعادلة التفاضلية تصبح:}$$

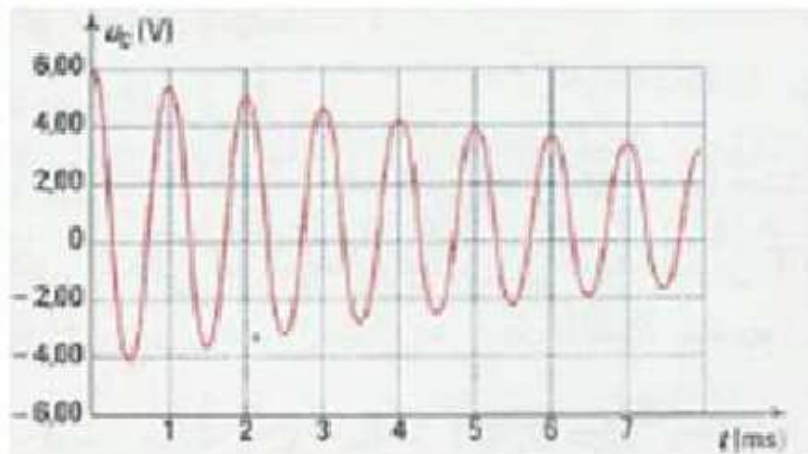
$$L.C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \quad \text{أي:} \quad u_C + \frac{1}{LC} . u_C = 0$$

$$(3) \text{ حل هذه المعادلة التفاضلية هو: } u_C(t) = u_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} . t\right) \text{ التوتر القصوي } u_m = U_0 = 6V$$

$$\text{الدور الخاص: } T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{65 \times 10^{-3} \times 47 \times 10^{-9}} \approx 0,35 \times 10^{-3} s = 0,35ms$$

### تمرين رقم 7 من الكتاب المدرسي المسار الفيزيائي: الصفحة 150

نشحن مكثفا سعته  $C = 0,25 \mu F$  بواسطة مولد قوته الكهرومحرقة  $E = 6V$ ، ونركبه عند اللحظة  $t = 0$  بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي  $L$  ومقاومتها  $r$ .  
نعين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر  $u_C(t)$  بين مربطي المكثف، فنحصل على الشكل أسفله:



- (1) ما نظام التذبذبات الملاحظ؟
- (2) كيف نفسر خمود هذه التذبذبات؟
- (3) اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_C$  بين مربطي المكثف.

(4) عين مبيانيا شبه الدور  $T$  للتذبذبات .

(5) نعتبر المقاومة  $r$  منعدمة :

1-5: اكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر  $u_c$ .

2-5: حل هذه المعادلة هو :  $u(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$

ما تعبير كل من  $U_m$ ،  $\varphi$  و  $\alpha$  ؟

3-5: استنتج تعبير كل من الشحنة  $q(t)$  للمكثف وشدة التيار  $i(t)$  المار في الدارة .

4-5: أعط تعبير الدور الخاص  $T_0$ .

(6) احسب قيمة معامل التحريض  $L$  للوشية، علما أن شبه الدور  $T$  يساوي الدور الخاص  $T_0$ .

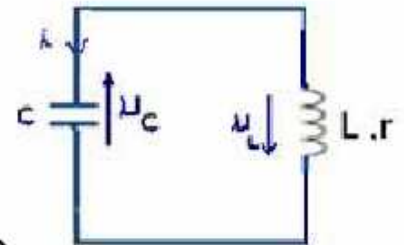
(7) لصيانة الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة  $RLC$  مولدا يزودها بتوتر  $u_g = R_0.i$ .

ما قيمة المقاومة  $R_0$  التي تمكن من الحصول على ذبذبات جيبيية ؟

أجوبة :

- (1) النظام شبه دوري .
- (2) خمود التذبذبات ناتج عن وجود مقاومة للدارة لأن قسما من الطاقة الكهربائية يتبدد بمفعول جول على مستوى الموصلات الأومية للدارة.

(3)



حسب قانون إضافية التوترات :  $u_L + u_c = 0 \Leftrightarrow ri + L \frac{di}{dt} + u_c = 0$  (1)

$$\frac{di}{dt} = c \frac{d^2 u_c}{dt^2} \Leftrightarrow i = \frac{dq}{dt} = c \frac{du_c}{dt}$$

$$Lc \frac{d^2 u_c}{dt^2} + r.c \frac{du_c}{dt} + u_c = 0 \quad \text{إن (1) تصبح:} \Leftrightarrow$$

$$\ddot{u}_c + \frac{r}{L} \dot{u}_c + u_c = 0 \quad \text{أي:}$$

(4) مبيانيا شبه الدور :  $T = 1ms$ .

$$1-5: \text{المقاومة } r \text{ منعدمة} \Leftrightarrow \text{المعادلة التفاضلية تصبح: } Lc \frac{d^2 u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

2-5: حل المعادلة هو :  $u(t) = U_m \cos(\alpha t + \varphi)$  مع :  $U_m = E = 6V$

$$\alpha = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{10^{-3}s} = 2000\pi = 6,28 \times 10^3 \text{ rad/s} \quad \text{النبض الخاص:}$$

إن :  $u(t) = 6 \cos(2000\pi t + \varphi)$  (2)

من خلال الوثيقة ، نلاحظ أن ، عند  $u_c = +6V$  ،  $t = 0$  وبالتعويض في (2) نحصل على :

$$\varphi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \cos \varphi = 1 \quad \Leftrightarrow \quad 6 = 6 \cos \varphi$$

$$u(t) = 6 \cos 2000\pi t$$

وبالتالي الحل يكتب كما يلي :

3-5: لدينا :  $q(t) = C.u(t) = 0,25 \times 10^{-6} \times 6 \cos 2000\pi t = 1,5 \times 10^{-6} \cos 2000\pi t$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -1,5 \times 10^{-6} \times 2000\pi \sin 2000\pi t = -3 \times 10^{-3} \pi \sin 2000\pi t = -9,4 \times 10^{-3} \sin(6,28 \times 10^3 t)$$

4-5:  $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

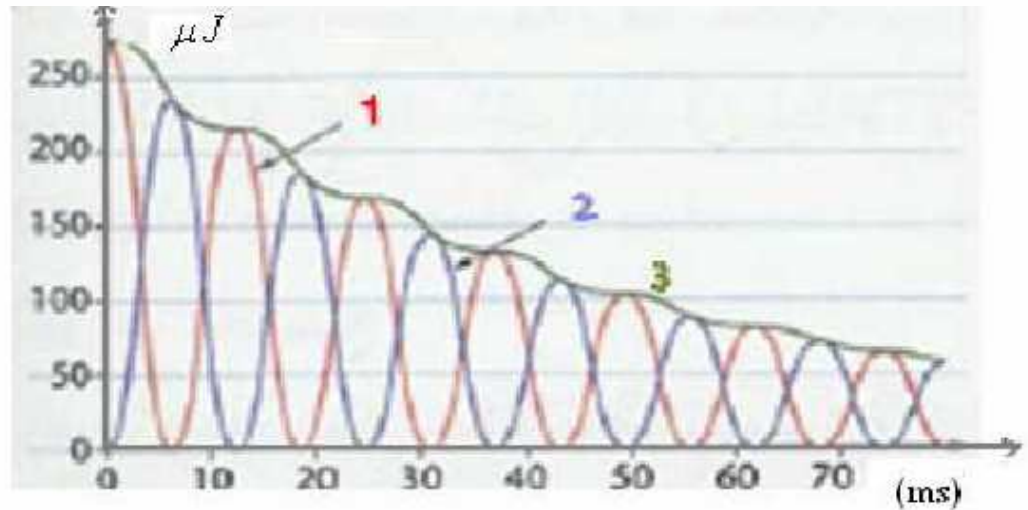
(6) بما أن :

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = \frac{(10^{-3})^2}{4\pi^2.0,25.10^{-6}} \approx 0,1H \quad \Leftrightarrow \quad T^2 = 4\pi^2.LC \quad \text{فإن} \quad T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

(7)  $R_0$  تساوي المقاومة الكلية للدارة . (في هذه الحالة  $r$ ).

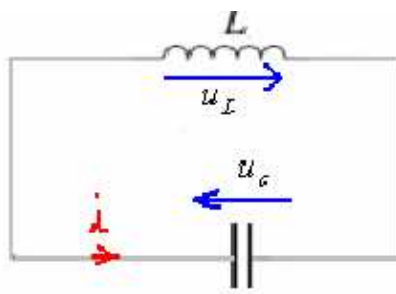
### 8) تمرين رقم 8 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 150

ننجز دارة RLC بتركيب مكثف مشحون على التوالي مع وشيعة معامل تحريضها  $L$  ومقاومتها مهملة ، وموصل أومي مقاومته  $R$  وقاطع التيار الكهربائي  $K$ . نغلق قاطع التيار عند اللحظة  $t=0$ . يمثل الشكل أسفله تغيرات كل من  $\xi_e$  الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف ، و  $\xi_m$  الطاقة المغناطيسية للوشيعة ، والطاقة الكلية  $\xi_t = \xi_e + \xi_m$  .



- (1) تعرف على المحنات الثلاث معللا جوابك.
- (2) ما قيمة كل من الطاقة المخزونة في المكثف والطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة  $t=0$  ؟
- (3) اعتمادا على تعبير كل من  $\xi_m$  و  $\xi_e$  ، فسر لماذا تكون لهما دائما قيما موجبة.
- (4) ما سبب نقصان الطاقة الكلية في الدارة ؟





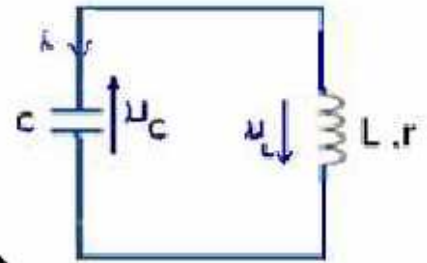
بتطبيق قانون تجميع التوترات:  $u_L = -u_C$   $\Leftrightarrow u_L + u_C = 0$   $\Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + u_C = 0$  (1)

وبما أن:  $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$  فإن العلاقة (1) المعادلة التفاضلية تصبح:

$$L.C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0 \text{ وهي المعادلة التفاضلية.}$$

$$\xi = \xi_m + \xi_e = \frac{1}{2} L i^2 + \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \quad \text{:2-1}$$

$$\text{:1-2(2)}$$



حسب قانون إضافية التوترات:  $u_L + u_C = 0$   $\Leftrightarrow r i + L \frac{di}{dt} + u_C = 0$  (1)

$$\frac{di}{dt} = C \frac{d^2 u_C}{dt^2} \quad \Leftrightarrow \quad i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$L.C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + r.C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{إذن (1) تصبح:}$$



لدينا حسب قانون إضافية التوترات :  $u_L + u_C = 0$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{c} = -r i \quad (1) \quad \Leftrightarrow \quad L \frac{di}{dt} + r i + \frac{q}{c} = 0 \quad \text{أي:}$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} \frac{q^2}{c} + \frac{1}{2} L i^2 \quad \text{من خلال تعبير الطاقة الكلية للدارة:}$$

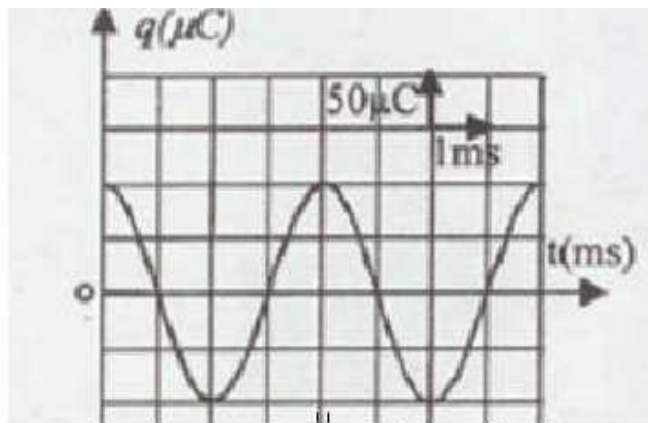
$$\frac{d\xi_t}{dt} = \frac{q}{c} \cdot \frac{dq}{dt} + L i \frac{di}{dt} = i \cdot \left[ \frac{q}{c} + L \frac{di}{dt} \right] \quad \text{إن:}$$

$$\frac{d\xi_t}{dt} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d\xi_t}{dt} = -r i^2 \quad (1) \quad \text{باعتبار العلاقة}$$

إن الطاقة تناقصية ويعزى ذلك إلى وجود المقاومة.

### 10) تمرين رقم 10 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 151

نعتبر دائرة مكونة من وشيعة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها  $L$  ، ومكثف سعته  $C$  تم شحنه بواسطة مولد قوته الكهرمحركة  $E = 250V$  ، ومقاومته الداخلية مهملة .  
يمثل الشكل أسفله تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن .



- (1) اكتب تعبير الشحنة  $q$  بدلالة الزمن ، واستنتج السعة  $C$  للمكثف .
- (2) استنتج  $i(t)$  شدة التيار المار في الدارة .
- (3) استنتج معامل التحريض الذاتي للوشيعة.

1) من خلال الشكل نلاحظ أن شحنة المكثف بدلالة الزمن عبارة عن دالة جيبية:  $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$  (a)

ونستخرج من خلال الشكل: القيمة القصوى:  $Q_m = 100\mu C = 100 \times 10^{-6} C = 10^{-4} C$   
 ونستخرج من خلال الشكل الدور الخاص:  $T_0 = 4ms = 4 \times 10^{-3} s$

ونستخرج كذلك من خلال الشكل الشروط البدئية التالية: عند اللحظة  $t = 0$  لدينا:  $q(t) = +Q_m$   
 بالتعويض في (a) نحصل على:  $Q_m = Q_m \cos(\varphi)$   $\Leftarrow \cos \varphi = 1$   $\Leftarrow \varphi = 0$

وبالتالي:  $q(t) = 10^{-4} \cos\left(\frac{2\pi}{4 \times 10^{-3}}t\right)$  أي:  $q(t) = 10^{-4} \cos(500\pi t)$

ولدينا:  $Q_{\max} = C.u_{\max}$  أي:  $C = \frac{Q_{\max}}{u_{\max}} = \frac{10^{-4}}{250} = 4 \times 10^{-7} F = 0,4\mu F$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} [10^{-4} \cos(500\pi t)] = -500\pi \times 10^{-4} \sin(500\pi t) \quad (2)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} [10^{-4} \cos(500\pi t)] = -500\pi \times 10^{-4} \sin(500\pi t) \quad (2)$$

3) لدينا الدور الخاص:

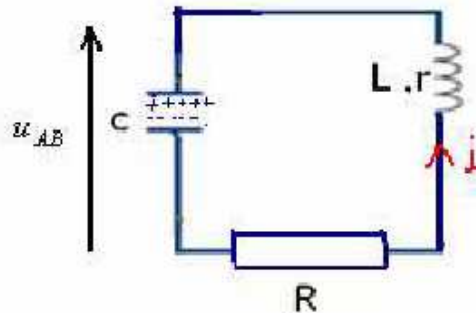
$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C} = \frac{(4 \times 10^{-3})^2}{4\pi^2 \cdot 4 \cdot 10^{-7}} \approx 1H \quad \Leftarrow \quad T_0^2 = 4\pi^2.L.C \quad \text{فإن:}$$

### 11) تمرين رقم 11 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 151

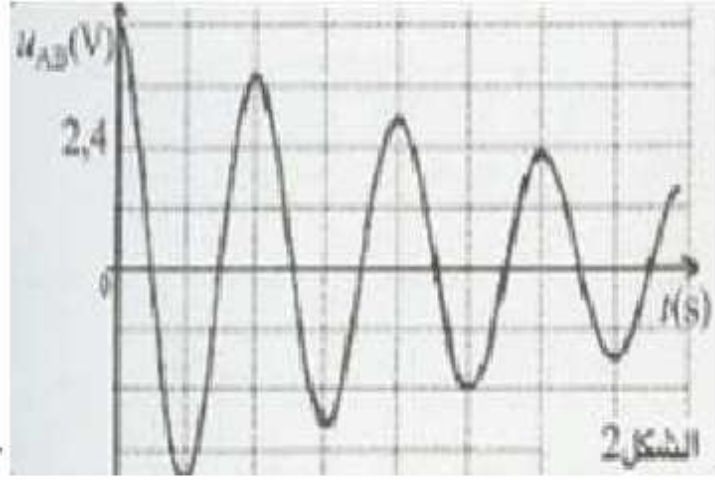
نعتبر التركيب الممثل في الشكل I أسفله والمكون من:

- مكثف سعته  $C = 1\mu F$ .
- وشيعة معامل تحريضها  $L$  ومقاومتها مهملة.
- موصل أومي مقاومته  $R$ .



علما أنه تم شحن المكثف تحت توتر  $E$  قبل تركيبه عند اللحظة  $t = 0$  في الدارة.

- (1) أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة  $q$  للمكثف.
- (2) بين أن الطاقة الكلية للدائرة المتذبذبة غير ثابتة.
- (3) نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر بين مربطي المكثف ، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الشكل 2



3T

بالاعتماد على المبيان ، عين :

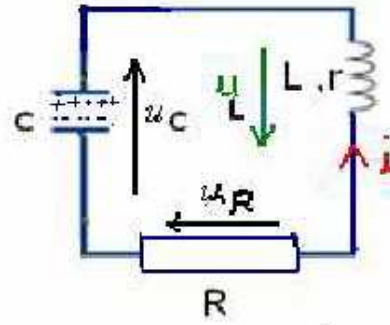
1-3: الشحنة البدئية  $Q_0$  للمكثف.

2-3: الطاقة البدئية المخزونة في المكثف  $E_0$ .

3-3: الطاقة الكلية  $E_1$  للمتذبذب عند اللحظة  $t_1 = 3T$ .

3-4: تغير طاقة الدارة المذبذبة بين اللحظتين  $t = 0$  و  $t' = T$

أجوبة:  
(1)



$$u_L + u_C + u_R = 0$$

حسب قانون تجميع التوترات :

$$\text{إذن: } \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$$

$$\text{مع: } i = \frac{dq}{dt}$$

$$L \frac{di}{dt} + \frac{q}{C} + Ri = 0 \quad (b)$$

$$\text{بالتعويض في العلاقة (b) نحصل على: } L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\text{وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة الكهربائية. } \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$$

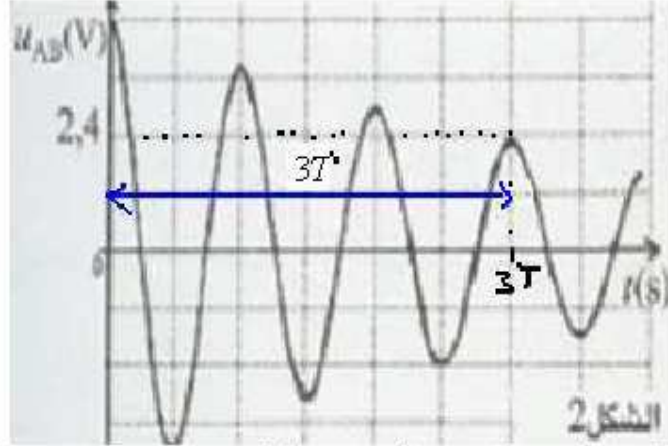
(2) يعبر المعامل  $\frac{R}{L} \frac{dq}{dt}$  عن ظاهرة الخمود ، وحسب القيم التي تأخذها المقاومة يحدد نظام الخمود. وبالتالي الطاقة الكلية للدارة تتناقص بسبب الخمود.

$$Q_0 = C.U_0 = 4,8 \times 10^{-6} C \quad \text{إذن الشحنة البدئية : } U_0 = 4,8V \quad (3-1)$$

$$\xi_t = \frac{1}{2} . C u_c^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} 4,8^2 = 1,15 \times 10^{-5} J \quad (3-2)$$

$$E_0 = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \times \frac{(4,8 \times 10^{-6})^2}{10^{-6}} = 1,15 \times 10^{-5} J \quad \text{أو}$$

$$u_{AB} = u_C = 2,4V \quad \text{التوتر : من خلال المبيان } t = 3T$$



إذن الطاقة الكلية عند هذه اللحظة مخزونة في المكثف (لأن التوتر قصوي)

$$\xi_t = \frac{1}{2} . C u_c^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} 2,4^2 = 2,88 \times 10^{-6} J$$

$$\xi_0 = 1,15 \times 10^{-5} J \quad \leftarrow \quad \text{الطاقة الكلية للدارة مخزونة في المكثف عند } t = 0$$

وعند اللحظة :  $t = T$  مبيانيا  $u_{AB} = u_C \approx 3,8V$  الطاقة الكلية للدارة مخزونة في المكثف ، لان عند هذه اللحظة التوتر

$$\Delta E = \xi_T - \xi_0 \approx -4,28 \times 10^{-6} J \quad \leftarrow \quad \xi_T = \frac{1}{2} . C u_c^2 = \frac{1}{2} \times 10^{-6} 3,8^2 = 7,22 \times 10^{-6} J \quad \text{قصوي}$$

والله ولي التوفيق .