

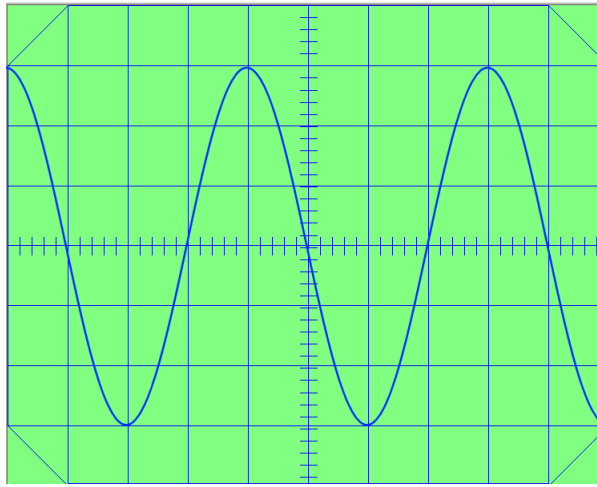
ثنائي القطب RLC
تمارين مرفقة بالحلول
فيزياء تارودانت



<http://9alami.com>

1

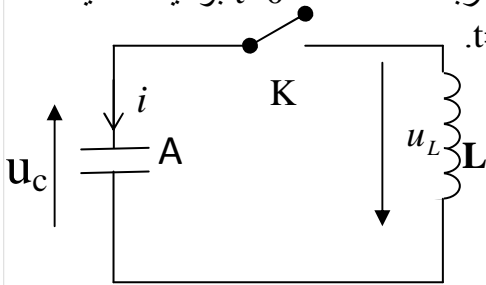
تتكون دائرة كهربائية من وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة مركبة مع مكثف سعته C تم شحنه مسبقا بشحنة كهربائية q_0 . نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر U_C بين مربطي المكثف. الحساسية الرأسية للجهاز هي $S_V = 5V/div$ و الحساسية الأفقية هي $S_H = 2ms/div$.



- 1- عين مبيانيا الدور الخاص T_0 .
- 2- حدد قيمة سعة المكثف علما أن $L = 1,2H$.
- 3- احسب الشحنة البدئية q_0 للمكثف و الشدة القصوية I_m للتيار المار في الدارة الكهربائية.
- 4- احسب الطاقة الكلية E للدارة.

2

نشحن مكثفا سعته $C=100\mu F$ ، حيث نزوده بطاقة قيمتها $E_0 = 10^{-2}J$ ، ثم نربطه عند لحظة $t=0$ بوشيعة مثالية ذات معامل تحريض $L = 10mH$. اللبوس A يحمل شحنة موجبة عند $t=0$.



- 1- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف.
- 2- نقبل أن حل المعادلة التفاضلية هو:

$$u_C(t) = U_{\max} \cos\left(\frac{2\pi t}{T_0} + \varphi\right)$$

مع $0 \leq \varphi < 2\pi$ و استنتج تعبير كل من التوتر بين مربطي

الوشيعة $u_L(t)$ و شدة التيار $i(t)$ بدلالة الزمن t .

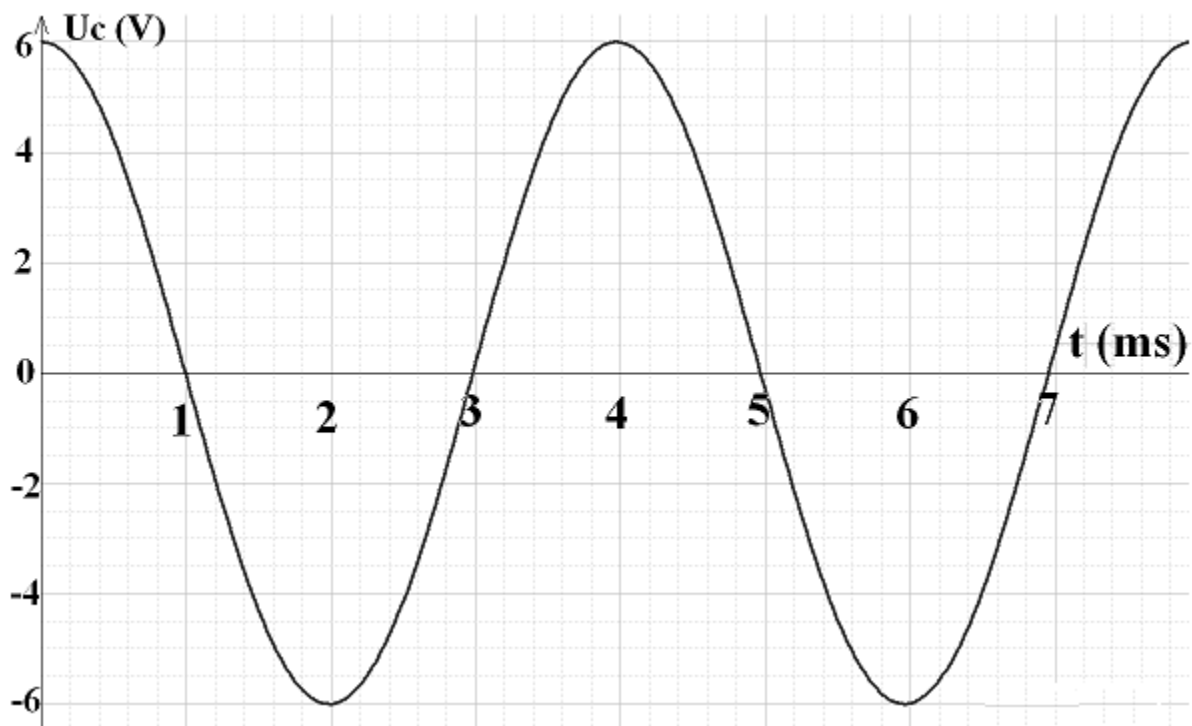
- 3- مثل الدالتين $u_C(t)$ و $i(t)$ في نفس المعلم.
- 4- أعط بدلالة الشحنة q للمكثف (عند لحظة t) تعبير كل من الطاقة E_e المخزونة في المكثف و الطاقة E_m المخزونة في الوشيعة.
- 5- احسب الشحنة القصوية q_m للمكثف.
- 6- أوجد حسابيا قيمة كل من E_m و E_e و u_C و i عندما تكون شحنة المكثف هي $q = 4 \cdot 10^{-4}C$.

<http://www.9alami.com>

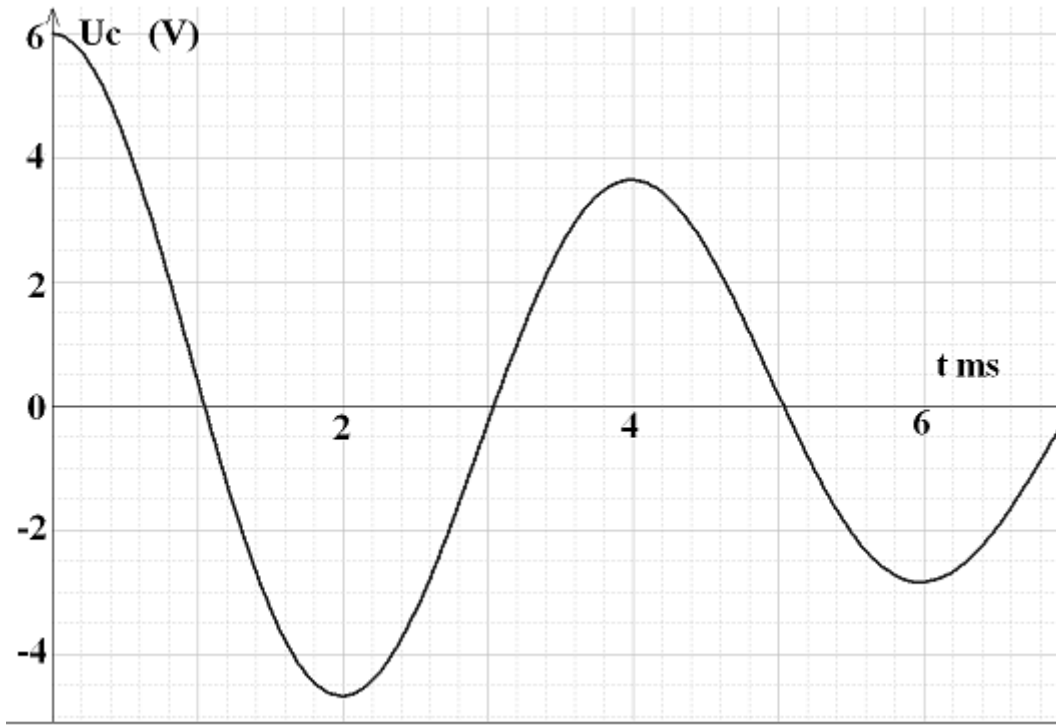


نشحن مكثفا سعته $C=2,5\mu F$ بواسطة مولد توتر مستمر؛ بعد الشحن يصبح التوتر بين مرطبي المكثف هو $U_{c0}=6V$.

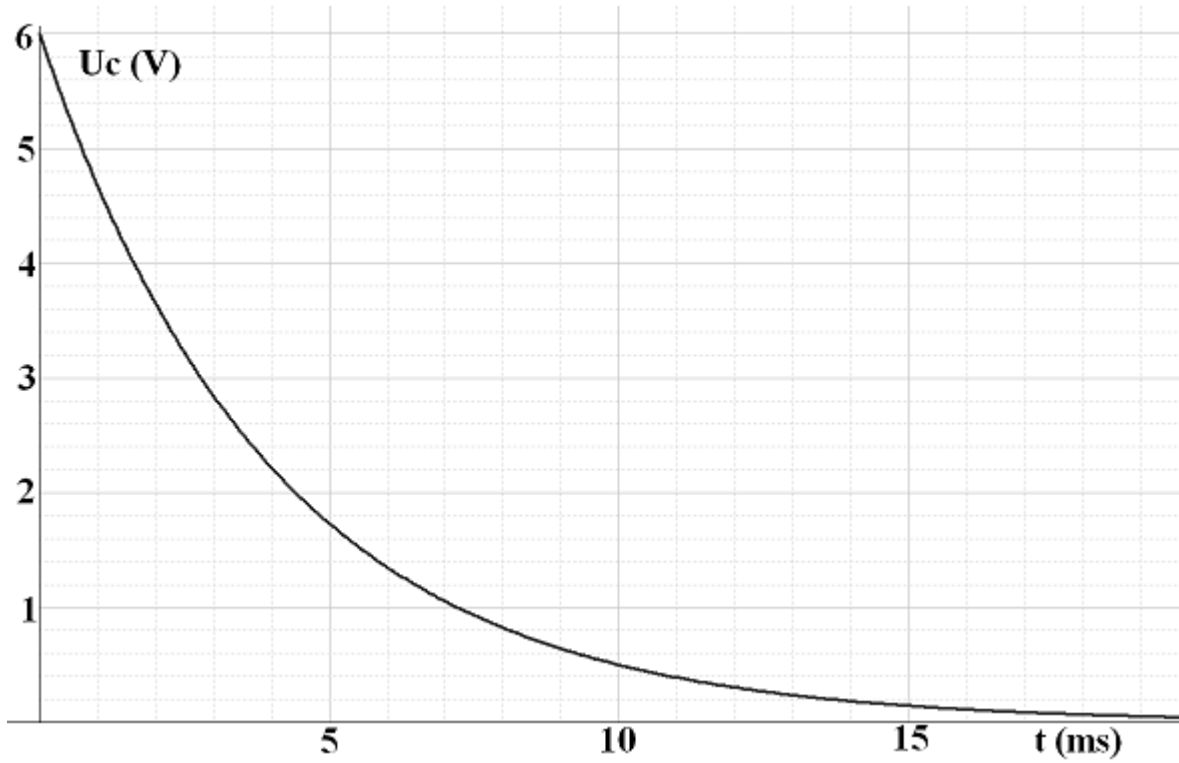
- 1- احسب شحنة المكثف q_0 و الطاقة المخزنة فيه بعد عملية الشحن.
 - 2- نشحن المكثف بالشحنة q_0 في كل مرة و ننجز إحدى التجارب التالية:
 - التجربة الأولى: نربط المكثف بموصل أومي مقاومته R .
 - التجربة الثانية: نربط المكثف بوشيعه مثالية معامل تحريضها L .
 - التجربة الثالثة: نربط المكثف في دائرة كهربائية متوالية بالموصل الأومي و الوشيعه السابقين.
- نعين التوتر بين قطبي المكثف في كل تجربة بواسطة حاسوب، فنحصل على المنحنيات أسفله:
- (أ) حدد المبيان الموافق لكل تجربة. علل جوابك.
 - (ب) أوجد قيمتي الدور الخاص T_0 و شبه الدور T . ماذا تستنتج؟
 - (ج) حدد قيمة ثابتة الزمن τ عند ربط المكثف بالموصل الأومي.
 - (د) أوجد قيمة كل من R و L .
 - (هـ) احسب الطاقة E_j الضائعة بمفعول جول بين اللحظتين $t=0$ و $t=T$ خلال التجربة الثالثة.



المبيان 1



المبيان 2

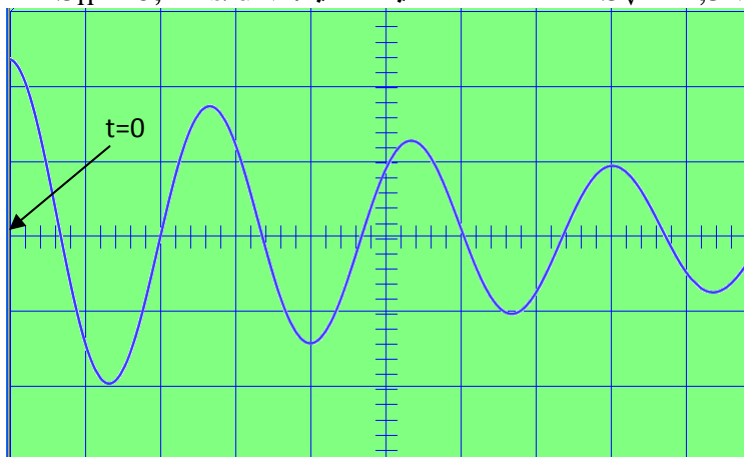


المبيان 3



نركب على التوالي في دارة كهربائية وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة و مكثف سعته C مشحون و موصل أومي مقاومته R .

نعين بواسطة راسم التذبذب التوتر u_c بين مربطي المكثف و نحصل على المبيان أسفله:
الحساسية الرأسية: $S_V = 2,5V/div$ الحساسية الأفقية: $S_H = 0,1ms/div$



نعتبر أن اللحظة المقابلة لأول قيمة قصوية للتوتر u_c هي $t = 0$.

- 1- حدد مبيانيا شبه الدور T للتذبذبات الكهربائية.
- 2- إلى ماذا يعزى خمود التذبذبات؟
- 3- بإهمال تأثير خمود التذبذبات على دور التذبذبات. أوجد قيمة سعة المكثف علما أن $L=10mH$.
- 4- احسب الطاقة الكلية للدارة الكهربائية عند اللحظتين $t = \frac{T}{2}$ و $t = \frac{3T}{2}$ و استنتج قيمة الطاقة E_r المبددة بمفعول جول بين هاتين اللحظتين.

- 5- هل المكثف يُشحن أم يُفرغ في المجالين: $t \in \left[\frac{T}{4}; \frac{T}{2}\right]$ و $t \in \left[\frac{T}{2}; \frac{3T}{4}\right]$. علل جوابك.

نركب على التوالي في دارة كهربائية وشيعة معامل تحريضها L و مقاومتها مهملة و مكثف سعته C مشحون و موصل أومي مقاومته R و قاطع تيار K .

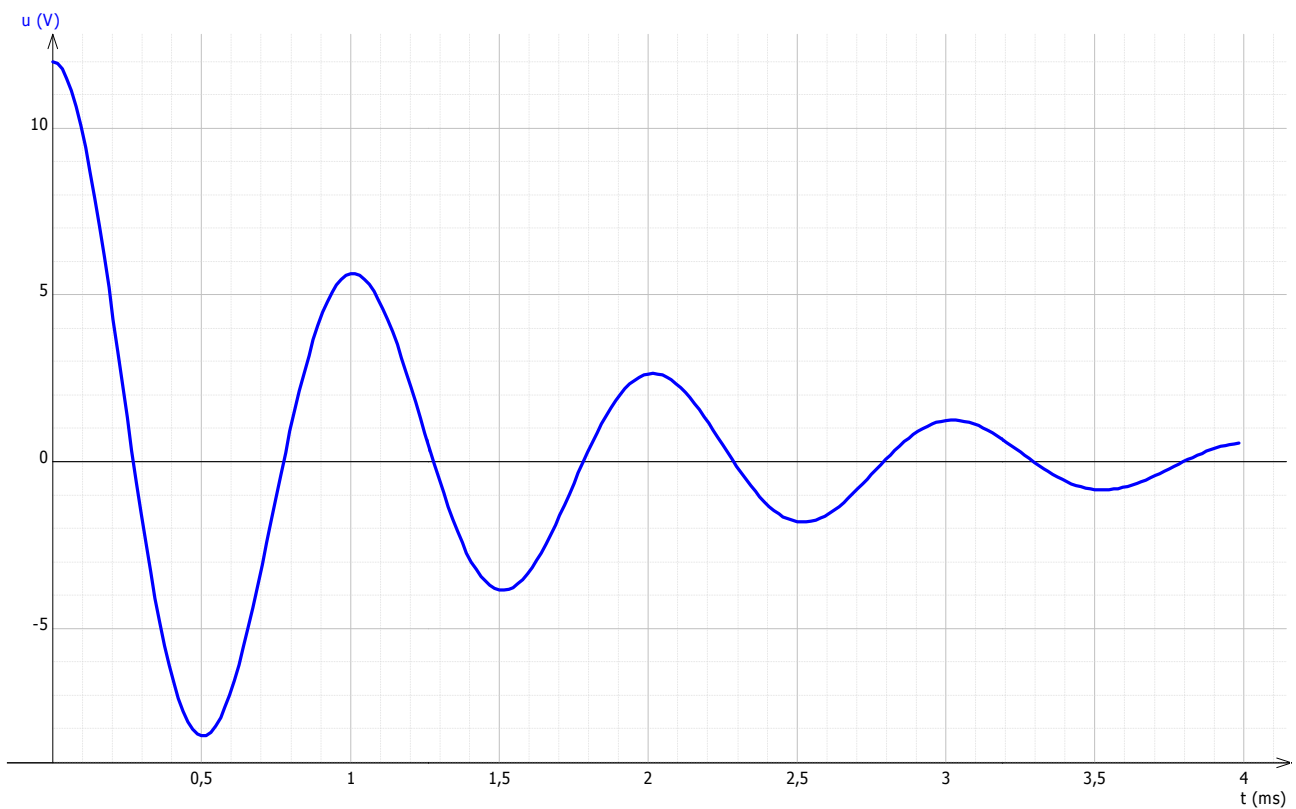
نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t=0$ و نمثل بواسطة حاسوب و برنامج ملائم تغير كل من التوتر u بين مربطي المكثف (الوثيقة 1) و الطاقة E_e المخزنة في المكثف و الطاقة E_m المخزنة في الوشيعة و الطاقة الكلية E_t للدارة الكهربائية (الوثيقة 2) بدلالة الزمن.

- 1- ما نوع نظام التذبذبات المحصل عليها؟
- 2- استنتج قيمة شبه دور التذبذبات.
- 3- ماذا يحدث للطاقة الكلية للدارة الكهربائية؟ علل ذلك.
- 4- أوجد الطاقة المبددة في الدارة الكهربائية بين اللحظتين $t_0 = 0$ و $t_1 = 1ms$.
- 5- بإهمال تأثير الخمود على دور التذبذبات و باعتمادك الوثيقتين استنتج قيمتي C و L .
- 6- أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u .

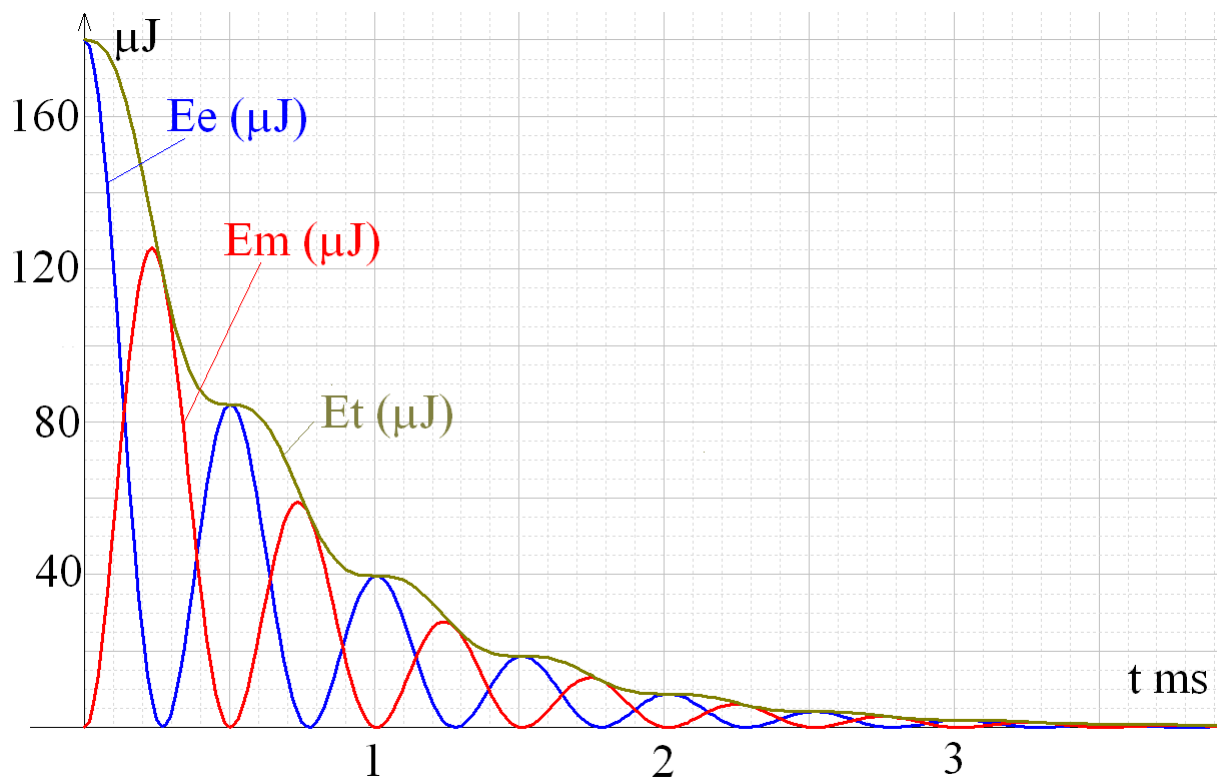
7- تُكتب المعادلة التفاضلية للتوتر u كالتالي: $\frac{d^2u}{dt^2} + 1500\frac{du}{dt} + \omega_0^2u = 0$

استنتج قيمة كل من ω_0 و المقاومة R للموصل الأومي.





الوثيقة 1



الوثيقة 2

<http://www.9alami.com>

<http://www.9alami.com>



1- لدينا حسب المبيان:

$$T_0 = x.S_H = 4 * 2 = 8ms$$

2- بما أن التذبذبات حرة و غير مخمدة إذن:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 LC \Rightarrow C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L}$$

ت ع:

$$C = \frac{64.10^{-6}}{47,37} = 1,35.10^{-6} F = 1,35\mu F$$

3-

تحديد q_0

نستنتج من المبيان أن التوتر القصوي بين مرطبي المكثف (يقابل التوتر البدئي للمكثف) هو:

$$U_0 = y.S_V = 3 * 5 = 15V$$

إذن:

$$q_0 = CU_0 = 1,35.10^{-6} * 15 = 2,025.10^{-5} C \approx 2.10^{-5} C$$

تحديد I_m

لدينا في حالة التذبذبات الحرة غير المخمدة لدارة LC: الطاقتان القصويتان للمكثف و الوشيعة متساويتان:

$$E_{m(\max)} = E_{e(\max)} \Rightarrow \frac{1}{2} LI_m^2 = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} \Rightarrow I_m = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$$

ت ع:

$$I_m = \frac{2.10^{-5}}{\sqrt{1,2 * 1,35.10^{-6}}} = 1,57.10^{-2} A = 15,7mA$$

4- لدينا في حالة التذبذبات الحرة غير المخمدة لدارة LC:

$$\xi = E_{m(\max)} = E_{e(\max)} \Rightarrow \xi = \frac{1}{2} \frac{q_{\max}^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{q_0^2}{C} = \frac{4.10^{-10}}{2 * 1,35.10^{-6}} = 1,48.10^{-4} J$$

1- لدينا:

$$u_c + u_L = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + L \frac{d^2 q}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow u_c + LC \frac{d^2 u_c}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{1}{LC} u_c = 0$$



$$u_c(t) = U_{\max} \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

تحديد T_0 :
لدينا:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{10^{-4} * 10^{-2}} = 2\pi \cdot 10^{-3} = 6,24 \cdot 10^{-3} s = 6,24 ms$$

تحديد φ

لدينا عند اللحظة $t=0$ $U_c(t=0) > 0$ لأن اللبوس A يحمل شحنة موجبة عند هذه اللحظة :

$$E_0 = \frac{1}{2} C U_c^2(t=0) \Rightarrow U_c(t=0) = \sqrt{\frac{2E_0}{C}} = \sqrt{\frac{2 * 10^{-2}}{10^{-4}}} = 14,14 V = U_{\max} \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi > 0$$

$$i(t=0) = 0 = \frac{dq}{dt}(t=0) = C \frac{du_c}{dt}(t=0) = -\frac{2\pi \cdot C}{T_0} U_{\max} \sin \varphi \Rightarrow \sin \varphi = 0$$

$$\begin{cases} \sin \varphi = 0 \\ \cos \varphi > 0 \\ 0 \leq \varphi < 2\pi \end{cases} \Rightarrow \varphi = 0$$

تحديد U_{\max}

باعتبار أن $\varphi = 0$ نجد:

$$U_{\max} = \frac{U_c(t=0)}{\cos \varphi} = U_c(t=0) = 14,14 V$$

إذن:

$$u_c(t) = 14,14 \cos(1000t) (V)$$

تحديد $u_L(t)$

لدينا:

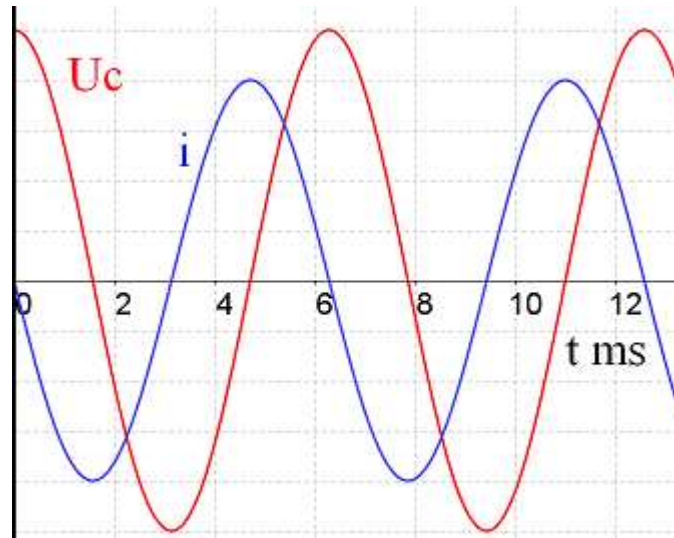
$$u_L(t) = -u_c(t) = -14,14 \cos(1000t) = 14,14 \cos(1000t + \pi) (V)$$

تحديد $i(t)$

لدينا:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{C du_c}{dt} = -C * 1000 * 14,14 \sin(1000t) = -1,414 \sin(1000t) = 1,414 \cos(1000t + \frac{\pi}{2}) (A)$$

-3



4- لدينا:

$$E_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = 5000q^2$$

$$E_m = \xi - E_e = E_0 - E_e = 10^{-2} - 5000q^2$$

5- لدينا:

$$E_{e\max} = E_0 = 5000q_m^2 \Rightarrow q_m = \sqrt{\frac{E_0}{5000}}$$

ت ع:

$$q_m = \sqrt{\frac{10^{-2}}{5000}} = 1,414 \cdot 10^{-3} C$$

6- لدينا:

$$E_e = 5000q^2$$

$$E_m = 10^{-2} - 5000q^2$$

ت ع:

$$E_e = 5000 * 16 \cdot 10^{-8} = 8 \cdot 10^{-4} J$$

$$E_m = 10^{-2} - 5000q^2 = 0,01 - 8 \cdot 10^{-4} = 9,2 \cdot 10^{-3} J$$

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{10^{-4}} = 4V$$

$$i = \pm \sqrt{\frac{2E_m}{L}} = \pm \sqrt{\frac{2 * 9,2 \cdot 10^{-3}}{0,01}} = \pm 1,36A$$

ملحوظة: عندما تكون $q > 0$ فإن شدة التيار تكون موجبة عندما يشحن المكثف و تكون سالبة أثناء تفريغه.

3

1- لدينا:

$$q_0 = CU_{c0}$$

ت ع:

$$q_0 = 2,5 \cdot 10^{-6} * 6 = 1,5 \cdot 10^{-5} C$$

2-

(أ) بما أن المبيان (1) يجسد تذبذبات كهربائية غير مخمدة التي تميز دارة كهربائية LC مثالية، إذن فهذا المبيان يوافق التجربة الثانية.

و بما أن المبيان (2) يجسد تذبذبات كهربائية شبه دورية التي تميز دارة كهربائية RLC (R صغيرة نسبيا) إذن فهذا المبيان يوافق التجربة الثالثة التي تتضمن دارة RLC .

و المبيان الثالث يجسد مبيان تفريغ مكثف في دارة RC، إذن فهو يوافق التجربة الأولى.

(ب) نستنتج من المبيان (1) أن $T_0 = 4ms$ و من المبيان (2) أن $T = 4ms$ و هكذا نجد أن خمود التذبذبات لم يؤثر كثيرا على دور التذبذبات.

(ج) بتمثيل المماس للمنحنى عند اللحظة $t=0$ نجد أن هذا المماس يتقاطع مع محور الزمن عند اللحظة $t = \tau = 4ms$.



(د)
تحديد L:
لدينا:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C}$$

ت ع:

$$L = \frac{16 \cdot 10^{-6}}{4\pi^2 * 2,5 \cdot 10^{-6}} = 0,16H$$

تحديد R:
لدينا:

$$\tau = RC \Rightarrow R = \frac{\tau}{C}$$

ت ع:

$$R = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^{-6}} = 1600\Omega$$

(هـ) عند $t=T=4ms$ التوتر بين مربطي المكثف قصوي و هذا يعنى أن شدة التيار في هذه اللحظة منعدمة و بالتالي الطاقة المخزنة في الوشيعه منعدمة كذلك.
إذن الطاقة الكلية للدارة الكهربائية في هذه اللحظة تساوي الطاقة المخزنة في المكثف E_e و من تم يمكننا كتابة بالنسبة لهذه اللحظة:

$$E_j = E_0 - E_e = E_0 - \frac{1}{2}Cu_c^2 = \frac{1}{2}C(U_{c0}^2 - u_c^2)$$

ت ع:

$$E_j = \frac{1}{2} 2,5 \cdot 10^{-6} (36 - 13,69) = 2,810^{-5} J$$

4

$$3T = x.S_H = 8 * 0,1 = 0,8ms \Rightarrow T = \frac{0,8}{3} = 0,27ms \quad -1$$

-2 يعزى خمود التذبذبات إلى ضياع الطاقة على شكل طاقة حرارية نتيجة مفعول جول ، و لذلك لتواجد مقاومة بالدارة الكهربائية.

-3 بإهمال تأثير الخمود على دور التذبذبات نحصل على:

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow C = \frac{T^2}{4\pi^2 L}$$

ت ع:

$$C = \frac{7,29 \cdot 10^{-8}}{4\pi^2 * 0,01} = 1,8 \cdot 10^{-7} F = 0,18\mu F$$

-4 عند اللحظتين $t = \frac{T}{2}$ و $t = \frac{3T}{2}$ التوتر بين مربطي المكثف دنوي و هذا يعنى أن شدة التيار في هذه

اللحظة منعدمة و بالتالي الطاقة المخزنة في الوشيعه منعدمة كذلك.
إذن الطاقة الكلية للدارة الكهربائية في هاتين اللحظتين تساوي الطاقة المخزنة في المكثف E_e و من تم يمكننا كتابة بالنسبة لهاتين اللحظتين:

$$E_t = E_e = \frac{1}{2}Cu_c^2$$



$$u_c\left(t = \frac{T}{2}\right) = -5V \Rightarrow E_t\left(t = \frac{T}{2}\right) = \frac{1}{2} * 1,8.10^{-7} * 25 = 22,5.10^{-7} J$$

لدينا:

$$u_c\left(t = \frac{3T}{2}\right) = -3,5V \Rightarrow E_t\left(t = \frac{3T}{2}\right) = \frac{1}{2} * 1,8.10^{-7} * 12,25 = 11,03.10^{-7} J$$

$$E_j = \left| E_t\left(t = \frac{3T}{2}\right) - E_t\left(t = \frac{T}{2}\right) \right| = 11,47.10^{-7} J$$

5- نلاحظ من خلال المبيان أن القيمة المطلقة $|u_c|$ للتوتر بين مرطبي المكثف تتزايد في المجال $t \in \left[\frac{T}{4}; \frac{T}{2}\right]$

إذن المكثف يشحن في هذا المجال، بينما $|u_c|$ تتناقص في المجال $t \in \left[\frac{T}{2}; \frac{3T}{4}\right]$ إذن فالمكثف يُفرغ في هذا

المجال.

5

1- نظام شبه دوري.

2- نستنتج من المنحنى $u(t)$ أن $T = 1ms$.

3- الطاقة الكلية للدائرة تتناقص تدريجيا مع الزمن نتيجة تبديدها على شكل طاقة حرارية بمفعول جول.

4- لدينا:

$$Et(t = 1ms) = 40\mu J$$

$$Et(t = 0) = 180\mu J$$

إذن الطاقة المبددة بين هاتين اللحظتين هي: $Et(t = 0) - Et(t = 1ms) = 140\mu J$

5-

تحديد C:

لدينا عند اللحظة $t=0$: $u(t=0)=12V$ و $Ee=180\mu J$

$$و نعلم أن: $Ee = \frac{1}{2} Cu^2(t=0) \Leftrightarrow C = \frac{2Ee}{u^2(t=0)}$$$

ت ع:

$$C = \frac{2 * 180.10^{-6}}{144} = 2,5\mu F$$

تحديد L:

باعتبار أن الخمود لم يؤثر على دور التذبذبات إذن يمكننا كتابة:

$$T = T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

ت ع:

$$L = \frac{10^{-6}}{4\pi^2 * 2,5.10^{-6}} = 0,01H = 10mH$$



$$u + u_R + u_L = 0$$

$$\Leftrightarrow u + Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow u + R \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow u + RC \frac{du}{dt} + LC \frac{d^2u}{dt^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0$$

$$\frac{d^2u}{dt^2} + 1500 \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du}{dt} + \frac{1}{LC} u = 0 \quad \text{-7 لدينا:}$$

إذن:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 6325 \text{ rad/s}$$

$$\frac{R}{L} = 1500 \Rightarrow R = 1500L = 1500 * 0,01 = 15 \Omega$$

PCtaroudant 2011

