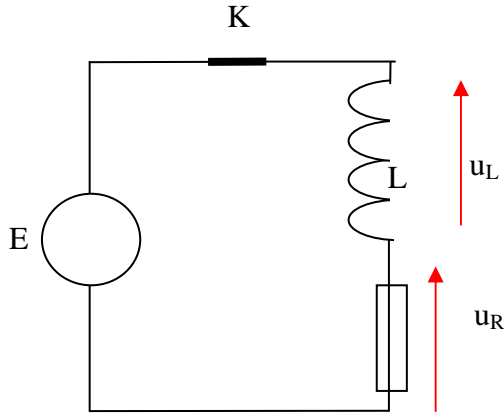


حل الموضوع 09



1.1. المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار  $i(t)$  :

$$\begin{cases} u_L + u_R = E \\ u_L = L \frac{di}{dt} \quad (r=0) \\ u_R = Ri \end{cases} \Rightarrow L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

1.2. عند  $t=0$   $i(0)=0$

$$\begin{aligned} 2.1 \quad L \frac{di}{dt} + Ri = E &\Rightarrow L \left( \frac{di}{dt} \right)_0 + Ri(0) = E \\ i(0) = 0 &\Rightarrow L \left( \frac{di}{dt} \right)_0 = E \Rightarrow \left( \frac{di}{dt} \right)_0 = \frac{E}{L} \\ \left( \frac{di}{dt} \right)_0 &= \frac{5}{1} = 5 \text{ A/s} \end{aligned}$$

2.2. طريقة أولير : لاحظ تطبيق معادلة المشتقة بالتأويب مع المعادلة التفاضلية :

عند $t_0=0$	$i(0)=0$	$\left( \frac{di}{dt} \right)_0 = 5 \text{ A/s}$
تطبيق المعادلة التفاضلية : $L \frac{di}{dt} + Ri = E$	تطبيق معادلة المشتقة : $i(t_n + 1) = i(t_n) + \frac{di}{dt}(t_n) \Delta t$	
$L \frac{di}{dt}(1) + Ri(1) = E \Rightarrow \frac{di}{dt}(1) = \frac{E - Ri(1)}{L}$ $\frac{di}{dt}(1) = \frac{5 - 10^3 \times 2,50 \cdot 10^{-4}}{1} \Rightarrow \frac{di}{dt}(1) = 4,75 \text{ A/s}$	$i(1) = i(0) + \frac{di}{dt}(0) \Delta t \Rightarrow i(1) = \frac{di}{dt}(0) \Delta t$ $\Rightarrow i(1) = 5 \times 5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow i(1) = 2,50 \cdot 10^{-4} \text{ A}$	عند $t_1 = \Delta t$
$L \frac{di}{dt}(2) + Ri(2) = E \Rightarrow \frac{di}{dt}(2) = \frac{E - Ri(2)}{L}$ $\frac{di}{dt}(2) = \frac{5 - 10^3 \times 4,87 \cdot 10^{-4}}{1} \Rightarrow \frac{di}{dt}(2) = 4,51 \text{ A/s}$	$i(2) = i(1) + \frac{di}{dt}(1) \Delta t \Rightarrow i(2) = i(1) + \frac{di}{dt}(1) \Delta t$ $\Rightarrow i(2) = 2,50 \cdot 10^{-4} + 4,75 \times 5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow i(2) = 4,87 \cdot 10^{-4} \text{ A}$	عند $t_2 = 2\Delta t$
$L \frac{di}{dt}(3) + Ri(3) = E \Rightarrow \frac{di}{dt}(3) = \frac{E - Ri(3)}{L}$ $\frac{di}{dt}(3) = \frac{5 - 10^3 \times 7,12 \cdot 10^{-4}}{1} \Rightarrow \frac{di}{dt}(3) = 4,29 \text{ A/s}$	$i(3) = i(2) + \frac{di}{dt}(2) \Delta t \Rightarrow i(3) = i(2) + \frac{di}{dt}(2) \Delta t$ $\Rightarrow i(3) = 4,87 \cdot 10^{-4} + 4,51 \times 5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow i(3) = 7,12 \cdot 10^{-4} \text{ A}$	عند $t_3 = 3\Delta t$

1,5	1	0,5	0	t(×10 <sup>-4</sup> s)
7.12	4,87	2,50	0	i(t)(A)
4,21	4.51	4,75	5	$\frac{di}{dt}$ (A/s)

3.

3.1. حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_R = E$$

$$\begin{cases} u_L = L \frac{di}{dt} \quad (r=0) \\ u_R = Ri \end{cases} \Rightarrow \boxed{L \frac{di}{dt} + Ri = E}$$

$$i(t) = A \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \Rightarrow \frac{di}{dt} = A \left( 0 - \left( -\frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \right) = \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E \Rightarrow L \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + RA \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = E \Rightarrow L \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + RA - RA e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$\Rightarrow A e^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{L}{\tau} - R \right) = E - RA$$

الجزء  $A e^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{L}{\tau} - R \right)$  متغير بدلالة الزمن والجزء  $E - RA$  ثابت. هذه المتساوية لا يمكن أن تكون صحيحة إلا إذا كان

الطرفان منعدمين. نستنتج :

$$E - RA = 0 \Rightarrow \boxed{A = \frac{E}{R}}$$

تطبيق عددي :  $A = \frac{5}{1.10^3} = 5.10^{-3} A$

$$\tau = \frac{1}{1.10^3} = 10^{-3} s \quad \text{تطبيق عددي} \quad A e^{-\frac{t}{\tau}} \left( \frac{L}{\tau} - R \right) = 0 \Rightarrow A \left( \frac{L}{\tau} - R \right) = 0 \Rightarrow \frac{L}{\tau} - R = 0 \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

3.2. القيم النظرية :

$$i(t) = 5.10^{-3} \left( 1 - e^{-\frac{t}{10^{-3}}} \right) \Rightarrow i(t) = 5.10^{-3} \left( 1 - e^{-10^3 t} \right)$$

$$t_0 = 0 \quad : \quad i(0) = 5.10^{-3} \left( 1 - e^0 \right) = 0$$

$$t_1 = 5.10^{-5} s \quad : \quad i(1) = 5.10^{-3} \left( 1 - e^{-10^3 \times 5.10^{-5}} \right) = 2,44.10^{-4} A$$

$$t_2 = 10.10^{-5} s \quad : \quad i(2) = 5.10^{-3} \left( 1 - e^{-10^3 \times 10.10^{-5}} \right) = 4,76.10^{-4} A$$

$$t_3 = 15.10^{-5} s \quad : \quad i(3) = 5.10^{-3} \left( 1 - e^{-10^3 \times 15.10^{-5}} \right) = 6,96.10^{-4} A$$

نلاحظ أن قيم شدة التيار المحصل عليها بطريقة أولير تقارب تلك المحصل عليها نظريا .  
لتحسين نتيجة أولير أي لتقريبها من القيمة النظرية يجب النقص من قيمة  $\Delta t$  .