2 باك علـوم	الكهــربـاء	فيزياء حلول 04

حــل المـوضـوع 04

حــل التمرين 8 :

1. في البداية (t=0) يكون المكثف مشحونا ، إذن الطاقة المخزونة في المكثف غير منعدمة ، وهي ممثلة بالمبيان رقم 3.
في t=0 ، الوشيعة لا تخزن أي طاقة ، المبيان الممثل لها هو الرقم 2.
المبيان رقم 1 هو الممثل للطاقة الكلية.
2. في اللحظة t=0 :
الطاقة المخزونة في المكثف : $E_c=250\mu J$.
الطاقة المخزونة في الوشيعة : $E_m=0$.
3. تعبير الطاقة المخزونة في المكثف : $E_c=\frac{1}{2}Cu_C^2$. نلاحظ أن $u_C^2>0$ و $C>0$ إذن $E_C>0$.
تعبير الطاقة المخزونة في الوشيعة : $E_m=\frac{1}{2}Li^2$. نلاحظ أن $i^2>0$ و $L>0$ إذن $E_m>0$.
4. تتناقص الطاقة الكلية في الدارة بسبب ضياعها بمفعول جول في الموصل الأومي.

حــل التمرين 9 :

.1

.1.1

$$u_C+u_L=0 \quad ; \quad u_L=L\frac{di}{dt} \quad ; \quad i=\frac{dq}{dt}$$

$$q=Cu_C \Rightarrow \quad i=\frac{d(Cu_c)}{dt} \Rightarrow \boxed{i=C\frac{du_c}{dt}}$$

$$\frac{di}{dt}=d(C\frac{du_c}{dt})=C\frac{d^2u_c}{dt^2} \Rightarrow u_L=LC\frac{d^2u_c}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{LC\frac{d^2u_c}{dt^2}+u_C=0}$$

.1.2

$$u_C(t)=E\cos(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$$

$$E_c=\frac{1}{2}Cu_C^2 \Rightarrow E_c=\frac{1}{2}CE^2\cos^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$$

$$\begin{cases} E_m=\frac{1}{2}Li^2 \\ i=\frac{dq}{dt}=\frac{d(Cu_C)}{dt}=C\frac{du_C}{dt} \end{cases} \Rightarrow E_m=\frac{1}{2}LC^2\left(\frac{du_C}{dt}\right)^2$$

$$\frac{du_C}{dt}=-E\frac{2\pi}{T}\sin(\frac{2\pi}{T}t+\varphi) \Rightarrow \left(\frac{du_C}{dt}\right)^2=E^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\sin^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$$

$$\Rightarrow E_m = \frac{1}{2}LC^2E^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$$

$$E = E_c + E_m = \frac{1}{2}CE^2\cos^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi) + \frac{1}{2}LC^2E^2\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)$$

$$E = \frac{1}{2}CE^2\left(\cos^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi) + LC\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \sin^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)\right)$$

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 LC = 1 \Rightarrow E = \frac{1}{2}CE^2\left(\cos^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi) + \sin^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi)\right)$$

$$\cos^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi) + \sin^2(\frac{2\pi}{T}t+\varphi) = 1 \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2}CE^2}$$

نلاحظ أن C ثابتة و E ثابتة إذن E تبقى ثابتة خلال الزمن .

.2

2.1. في حالة r غير مهملة ($r \neq 0$) :

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} + ri$$

$$\frac{di}{dt} = d(C\frac{du_c}{dt}) = C\frac{d^2u_c}{dt^2} \Rightarrow u_L = LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + rC\frac{du_c}{dt} \Rightarrow \boxed{LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + rC\frac{du_c}{dt} + u_C = 0}$$

2.2. تعبير الطاقة الكلية المخزونة في الدارة في لحظة t : $E_t = \frac{1}{2}Cu_c^2 + \frac{1}{2}Li^2$

تعبير مشتقة E_t بالنسبة للزمن :

$$\frac{dE_t}{dt} = \frac{1}{2}C\frac{du_c^2}{dt} + \frac{1}{2}L\frac{di^2}{dt}$$

$$\frac{du_c^2}{dt} = 2u_c\frac{du_c}{dt} \qquad \frac{di^2}{dt} = 2i\frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = \frac{1}{2}C2u_c\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{2}L2i\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = Cu_c\frac{du_c}{dt} + Li\frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_c}{dt^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = Cu_c\frac{du_c}{dt} + LC\frac{du_c}{dt}\times C\frac{d^2u_c}{dt^2} \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = C\frac{du_c}{dt}(u_c + LC\frac{d^2u_c}{dt^2})$$

من المعادلة التفاضلية نستنتج : $LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + rC\frac{du_c}{dt} + u_C = 0 \Rightarrow u_C + LC\frac{d^2u_c}{dt^2} = -rC\frac{du_c}{dt}$

ونعوض في مشتقة E_t بالنسبة للزمن : $\frac{dE_t}{dt} = C\frac{du_c}{dt}(-rC\frac{du_c}{dt}) \Rightarrow \frac{dE_t}{dt} = -rC^2\left(\frac{du_c}{dt}\right)^2$

$$i = C\frac{du_c}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dE_t}{dt} = -ri^2}$$

نلاحظ أن $\frac{dE_t}{dt} < 0$ ، إذن الطاقة الكلية للدارة تتناقص مع الزمن ، حيث يتم تبديدها في مقاومة الوشيعة بمفعول جول .