

## تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشفشاوني

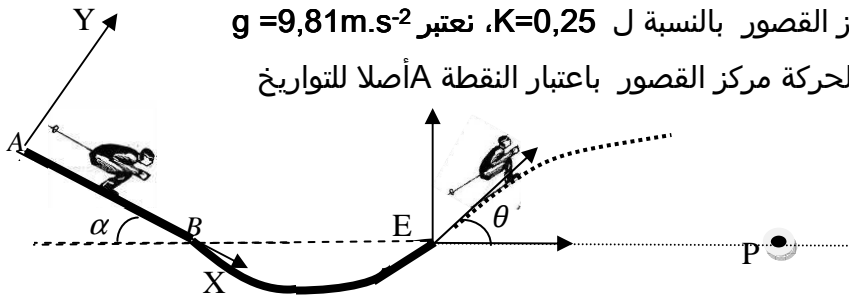
الأستاذ بنساعد

تمرين 1

A. دراسة حركة مركز قصور متزحلق على المنحدر

يمر عند اللحظة  $t=0s$  متزحلق ولوازمه كتلتها الكلية  $m = 80kg$  بسرعة  $V_A = 60km/h$  من موضع يتطابق فيه مركز قصورهما G مع نقطة A توجد على ارتفاع  $1km$  من سطح الأرض و بسرعة  $V_B$  عندما يتطابق مركز القصور G فيه مع النقطة B ، ثم يستمر في الحركة ليغادر مسار التزلج عند النقطة E .  
تم الحركة في المسار المستقيمي AB المائل بزواوية  $\alpha = \theta = 30^\circ$  بالنسبة للخط الأفقي باحتكاك معامله  $K=0,25$  ، بينما نهمل الاحتكاكات في المسار المنحني BE . نعطي:  $AB=200m$

1. أجد القوة المطبقة على المتزحلق خلال المسار AB
2. بين أن تعبير تسارع مركز قصور المتزحلق في المعلم  $(A, X, Y)$  يكتب كالتالي:  $a=g(\sin\alpha - K.\cos\alpha)$  .
3. حدد طبيعة الحركة حسب قيم معامل الاحتكاك K
4. أحسب قيمة تسارع مركز القصور بالنسبة ل  $K=0,25$  ، نعتبر  $g=9,81m.s^{-2}$
5. حدد المعادلة الزمنية لحركة مركز القصور باعتبار النقطة A أصلا للتواريخ



6. لتكن  $V_B$  و  $V_C$  سرعة مركز قصور المتزحلق على التوالي عند اللحظتين  $t_B$  و  $t_C$  بين أن  $V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)$
7. أحسب سرعة مركز قصور الجسم عند النقطة B
8. احسب شغل القوة  $\vec{R}$  المقرونة بتأثير المستوى  $AB$  على المتزحلق.
9. أحسب القدرة اللحظية للقوتين  $\vec{R}$  و  $\vec{P}$  في الموضع B

### دراسة حركة المتزحلق في مجال الثقالة

- يغادر المتزحلق مسار التزلج في الموضع E بسرعة  $V_E$  عند لحظة نعتزها أصلا جديدا للتواريخ ، حيث يصبح المتزحلق و لوازمه في سقوط نعتزها حرا .
1. أوجد عند لحظة  $t$  مركبات  $\vec{V}$  متجهة سرعة مركز القصور في المعلم  $(E, \vec{i}, \vec{j})$  واستنتج إحداثيات مركز قصور المتزحلق في نفس المعلم (المعادلات الزمنية  $\vec{V}(t)$  و  $x(t)$  و  $y(t)$ )
  2. استنتج معادلة مسار مركز قصور المتزحلق في المعلم  $(E, \vec{i}, \vec{j})$
  3. حدد احداثيات قمة F مسار مركز القصور ثم استنتج الارتفاع عن سطح الأرض
  4. استنتج الزاوية  $\theta$  التي تمكن من الحصول على أعلى قمة.
  5. حدد احداثيات P مدى مركز القصور واستنتج قيمة الزاوية التي تمكن من الحصول على أكبر مدى
  6. يمر مركز قصور المتزحلق من الموضع P عند اللحظة  $t$  بسرعة  $V_p$  حدد قيمة  $V_p$

## تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشغشاوي

الأستاذ بنساعد

تمرين 2

### A. دراسة حركة مظلي في الهواء باحتكاك

يهدف من هذا التمرين دراسة مراحل سقوط مظلي في الهواء كتلته مع لوازمه هي  $m=80\text{kg}$ .

يتم سقوطه عبر ثلاث مراحل لا يتم فتح مظلته سوى في المرحلة الثالثة.

يمثل الشكل 2 تغيرات سرعة مركز القصور بدلالة الزمن

1. صف بإيجاز و باعتمادك مخطط السرعة تغيرات سرعة مركز قصور المظلي ولوازمه خلال المراحل الثلاث.

#### المرحلة 1 : بداية السقوط : المجال $[0\text{s}; 2\text{s}]$

نعتبر في بداية السقوط (المرحلة الأولى) أن ضغط الهواء جد ضعيف و بالتالي نهمل تأثير الهواء على المظلي.

ينطلق المظلي في بداية هذه المرحلة بدون سرعة بدئية عند اللحظة  $t=0\text{s}$ .

1-2. كيف تتغير سرعة مركز قصور المظلي و لوازمه مع الزمن خلال المجال  $[0\text{s}; 2\text{s}]$

2-2. أوجد القوى المطبقة على المظلي و لوازمه في المجال  $[0\text{s}; 2\text{s}]$  و بين أن قيمة تسارع

مركز قصوره تساوي  $g$

3-2. أوجد في هذا المجال تعبير سرعة مركز القصور بدلالة الزمن ثم استنتج قيمة  $g$

4-2. حدد المسافة التي يقطعها المظلي خلال المجال  $[0\text{s}; 2\text{s}]$

#### المرحلة 2: تأثير الهواء غير مهمل و المظلة غير مفتوحة: $[2\text{s}; 24\text{s}]$

خلال هذه المرحلة المظلي لم يفتح بعد مظلته، إلا أن تأثير الهواء لم يعد مهملا، حيث نقرن تأثيره بقوة شدتها  $f = KV^n$  و منحاهها معاكس لمنحى متجهة السرعة.

1-3. ماذا يمكنك القول عن سرعة مركز قصور المظلي ولوازمه بدلالة الزمن في هذا المجال

2-3. مثل بدون سلم متجهات القوى المطبقة على المظلي في هذه المرحلة

3-3. هل يمكن اعتبار قوة الاحتكاك ثابتة خلال الزمن في هذه المرحلة

4-3. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن حدد العلاقة التي تربط قوة الاحتكاك  $f$  و مجال الثقالة  $g$  و الكتلة  $m$  و

مشتقة السرعة بالنسبة للزمن  $\frac{dv}{dt}$  (نهمل دافعة أرخميدس).

5-3. حدد سرعة مركز قصور المظلي الحديدية عند اللحظة  $24\text{s}$  و استنتج

تعبير شدة قوة الاحتكاك بدلالة وزن المظلي عند هذه اللحظة.

6-3. حدد من بين الاقتراحين التاليين  $f = 11,25.V^2$  و  $f = 11,25.V$  تعبير

قوة الاحتكاك المناسب.

#### المرحلة 3: فتح المظلة

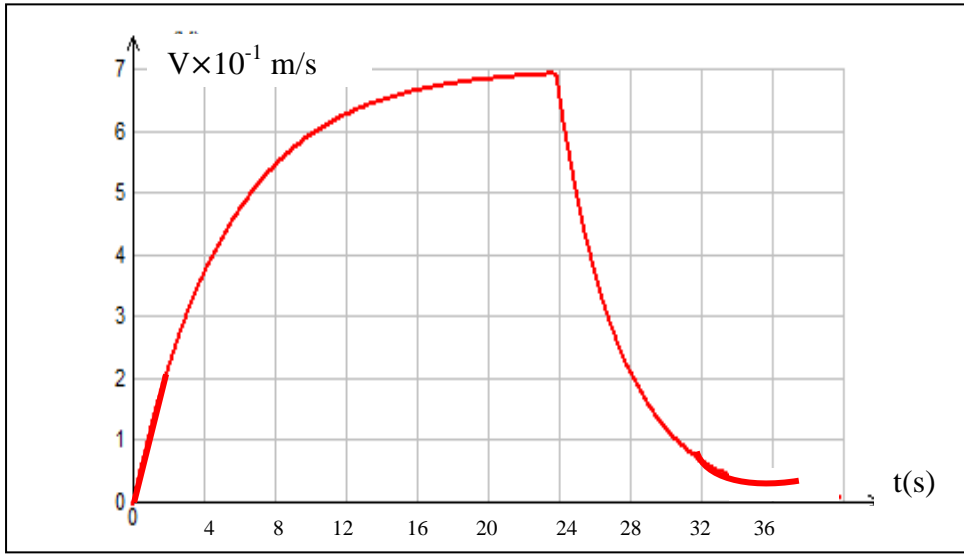
1-4. حدد تاريخ لحظة فتح المظلة

2-4. مثل بدون سلم متجهات القوى المطبقة على المظلي في هذه المرحلة

3-4. أحسب شدة قوة الاحتكاك مع الهواء عند اللحظة  $26\text{s}$

5-4. حدد قيمة سرعة وصول المظلي إلى سطح الأرض





الشكل 2

# تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشغشاوي

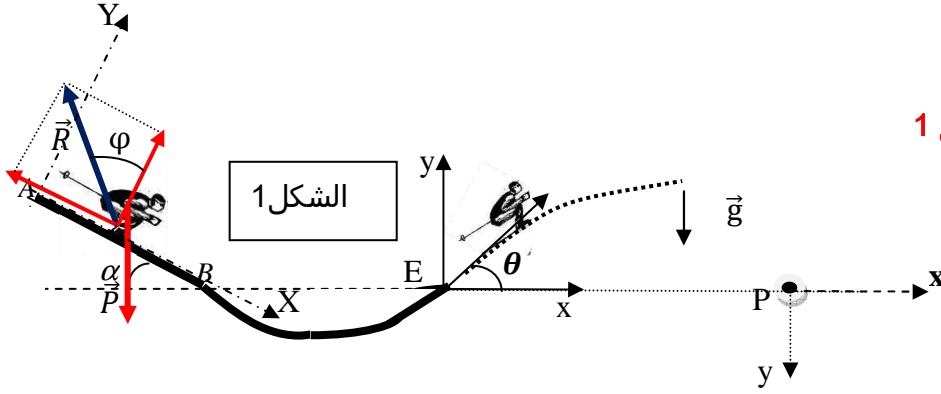
الأستاذ بنساعد

## عناصر الإجابة

### ملحوظة

$a = a_G$  تسارع مركز قصور الجسم  
 $V = V_G$  سرعة مركز قصور الجسم

### دراسة حركة مركز قصور متزحلق على المنحدر



### 1. جرد القوى أنظر الشكل 1

### 2. تحديد قيمة التسارع a

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$mg \cdot \sin\alpha - R \cdot \sin\varphi = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{mg \cdot \sin\alpha - R \cdot \sin\varphi}{m}$$

الإسقاط على المحور (OX) 1

$$-mg \cdot \cos\alpha + R \cdot \cos\varphi = 0 \Rightarrow R = \frac{mg \cdot \cos\alpha}{\cos\varphi}$$

الإسقاط على المحور OY 2

من العلاقة 1 و العلاقة 2 نجد

$$\tan\varphi = K \quad \text{مع معامل الاحتكاك} \quad a = \frac{mg \cdot \sin\alpha - K \cdot mg \cdot \cos\alpha}{m} = g(\sin\alpha - K \cos\alpha)$$

### 3. طبيعة الحركة حسب قيم K

حركة مستقيمة منتظمة اذا كان  $a=0$  وهذا يعني أن  $K = \tan\alpha = 0,58$

حركة متسارعة بانتظام أي  $a > 0$  هذا يوافق  $K < \tan\alpha \Rightarrow K < 0,58$

حركة متباطئة بانتظام أي  $a < 0$  هذا يوافق  $K > \tan\alpha \Rightarrow K > 0,58$

4. قيمة تسارع مركز قصور المتزحلق بالنسبة  $K = 0,25$   $a = 2,78 \text{ m/s}^2$

### 5. المعادلات الزمنية

بما أن الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام إذن:  $x = \frac{1}{2}at^2 + V_0t + x_0$

عند اللحظة  $t=0\text{s}$  مركز قصور المتزحلق منطبق مع أصل المعلم  $x_0 = 0$

عند اللحظة  $t=0\text{s}$  سرعة مركز قصور المتزحلق  $V_A$  اذن  $V_A = V_0$

و منه  $x = \frac{1}{2}at^2 + V_A t = 1,39t^2 + 16,67t$  (m)

## تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشغشاوي

الأستاذ بنساعد

$$6. \text{ لنبين العلاقة التالية } V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)$$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفضول عند الموضعين C و B

المعادلات الزمنية التي تحققها سرعة مركز قصور المتزلق في الموضعين C و B

$$x_C = \frac{1}{2}a \cdot t_C^2 + V_A \cdot t_C \quad 1$$

$$x_B = \frac{1}{2}a \cdot t_B^2 + V_A \cdot t_B \quad 2$$

$$\begin{cases} t_C = \frac{V_C - V_A}{a} \\ t_B = \frac{V_B - V_A}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} V_C = a \cdot t_C + V_A \\ V_B = a \cdot t_B + V_A \end{cases}$$

بتعويض  $t_C$  و  $t_B$  في المعادلة  $x_B - x_C = \frac{1}{2}a(t_B^2 - t_C^2) + V_A(t_B - t_C)$  نجد:

$$V_B^2 - V_C^2 = 2a(x_B - x_C)$$

7. قيمة السرعة عند الموضع B

$$V_B = 37,28 \text{ m/s} \quad \text{ت ع} \quad V_B = \sqrt{2a(x_B - x_A) + V_A^2}$$

شغل القوة  $\vec{R}$   $W(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{AB} = -\frac{mg \cdot \cos \alpha}{\cos \phi} \cdot AB \sin \phi$  من خلال قيمة  $R = \frac{mg \cdot \cos \alpha}{\cos \phi}$  نجد

$$W(\vec{R}) = -33983 \text{ J} < 0 \quad \text{شغل مقاوم} \quad \text{ت ع} \quad W(\vec{R}) = -mg \cdot AB \cdot K \cdot \cos \alpha$$

8. القدرة اللحظية

$$\begin{aligned} \text{القدرة اللحظية للقوة } \vec{R} & \quad p(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \vec{V}_B = -R \cdot V_B \sin \phi = -mg \cdot V_B K \cdot \cos \alpha \quad \text{ت ع} \quad p(\vec{R}) = -6334 \text{ W} \\ \text{القدرة اللحظية للقوة } \vec{P} & \quad p(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{V}_B = mg \cdot V_B \sin \alpha \quad \text{ت ع} \quad p(\vec{P}) = 14629 \text{ W} \end{aligned}$$

B. دراسة حركة المتزلق في مجال الثقالة

1. المعادلات الزمنية التي يحققها  $x(t)$  و  $y(t)$  والتي تحققها احداثيات متجهة سرعة مركز القصور  $V_x$  و  $(E, \vec{i}, \vec{j})$   $V_y$

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن  $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$  المتزلق في سقوط حريخضع لوزنه فقط  $\vec{P} = m\vec{a}$

الإسقاط على المحور  $(E; \vec{i})$  نجد  $a_x = 0$

الإسقاط على المحور  $(E; \vec{j})$  نجد  $a_y = -g$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأرتوب  $y(t)$  و السرعة  $V_y$

$$\begin{cases} y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{Ey} \cdot t + Y_{0E} \\ V_y = -gt + V_{Ey} \end{cases}$$

المعادلة الزمنية التي يحققها الأفضول  $x(t)$  و السرعة  $V_x$

## تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

الأستاذ بنساعد

ثانوية عبد الله الشغشاوي

$$\begin{cases} x(t) = V_{Ey} \cdot t + X_{0E} \\ V_x = V_{Ex} \end{cases}$$

بالاعتماد على الشروط البدئية نحدد  $V_{yE}$  و  $V_{xE}$  و  $Y_{0E}$  و  $X_{0E}$  عند اللحظة  $t=0s$  مركز قصور المتزحلق منطبق مع E ادن:  $X_{0E} = 0$  و  $Y_{0E} = 0$

عند اللحظة  $t=0s$   $V_{xE} = V_E \cos\theta$  و  $V_{yE} = V_E \sin\theta$

احداثيات متجهة سرعة مركز قصور المتزحلق في المعلم  $(E, \vec{i}, \vec{j})$

$$\begin{cases} V_x = V_E \cos\theta = \text{ثابتة} & \text{و } V_E = 35,02m/s \\ V_y = -gt + V_E \sin\theta \end{cases}$$

احداثيات مركز قصور المتزحلق في المعلم  $(E, \vec{i}, \vec{j})$

$$\begin{cases} x(t) = V_E \cos\theta \cdot t & 1 \\ y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + V_E \cos\theta \cdot t & 2 \end{cases}$$

### 2. معادلة المسار

نحصل على معادلة المسار بإقصاء الزمن بين المعادلتين الزميتين 1 و 2 حيث  $t = \frac{x}{V_E \cos\theta}$

$$y = \frac{-g}{2V_E^2 \cos^2\theta} x^2 + \tan\theta \cdot x$$

### 3. احداثيات قمة المسار F

$$\begin{cases} y_F = \frac{V_E^2 \sin^2\theta}{2g} = 17,71m \\ x_F = \frac{V_E^2 \sin 2\theta}{2g} = 61,35m \end{cases} \quad \text{لتحديد احداثيات القمة نحل المعادلة نجد } \frac{dy}{dx} = 0$$

**ملحوظة:** بما أن الاحتكاكات مهمة في المسار BE و بما أن النقطتين B و E توجدان على نفس الارتفاع من سطح الأرض، فإننا عند تطبيق مبرهنة انحفاظ الطاقة الميكانيكية أو مبرهنة الطاقة الحركية سنجد أن  $V_B = V_E$

الارتفاع عن سطح الأرض هو:

$$H = (1km - AB \sin\alpha) + y_F = 1000 - 100 + 17,71 = 917,71m$$

4. نحصل على أعلى قمة في حالة  $\theta = \frac{\pi}{2}$  أي حالة إرسال القذيفة نحو الأعلى

### 5. احداثيات المدى P

عند سقوط القذيفة في النقطة P يكون  $y_P = 0$  ادن نحل المعادلة التالية

$$\begin{cases} x_P = \frac{V_E^2 \sin 2\theta}{g} = 122,7m \\ y_P = 0 \end{cases} \quad \text{ومنه نجد } \frac{-g}{2V_E^2 \cos^2\theta} x_P^2 + x_P \cdot \tan\theta = 0$$

نحصل على أبعد مدى عندما تكون  $\theta = \frac{\pi}{4}$

6. سرعة مركز قصور المتزحلق عندما يمر من النقطة P نعلم  $V_P = \sqrt{V_{xP}^2 + V_{yP}^2}$

الاحتكاكات على المدار (BE) مهمة ادن:  $V_B = V_E = 37,28m/s$  تبقى ثابتة السرعة على

المحور (Ox) تبقى ثابتة ومنه  $V_{xP} = V_E \cos\theta = 32,29m/s$

## تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

الأستاذ بنساعد

ثانوية عبد الله الشغشاوي

لنحدد السرعة  $V_{yP}^2$  نحدد أولاً زمن وصول المتزحلق إلى النقطة P لدينا  $t = \frac{x_P}{V_E \cos \theta} = 3,8s$  منه

$$V_y = -gt + V_E \sin \theta = -18,64(m/s) \quad \text{فان:}$$

$$V_{yP} = -g \frac{x_P}{V_E \cos \theta} + V_E \sin \theta = -18,64(m/s)$$

$$V_P = 37,28m/s \quad \text{ت ع}$$

### دراسة حركة المتزحلق (المظلي) في الهواء باحتكاك

#### وصف مخطط السرعة

من خلال مخطط السرعة  $V = f(t)$  الشكل 2 يمكن أن نقسم حركة مركز القصور إلى ثلاثة أطوار  $0 \leq t \leq 2s$  تزداد سرعة المظلي وفق دالة خطية  $2 \leq t \leq 24s$  تزداد سرعة المظلي ببطء بشكل أسي حتى تصل إلى القيمة القصوية

$24 \leq t \leq 34s$  تنقص سرعة المظلي بسرعة حتى تستقر في القيمة  $3m/s$

مرحلة 1 : بداية السقوط : المجال  $[0s; 2s]$

1-2. خلال المجال  $0 \leq t \leq 2s$  سرعة مركز القصور تحقق العلاقة  $V_G = at$  دالة خطية و  $\alpha$  معاملها الموجه

2-2. خلال هذا المجال يخضع المظلي إلى وزنه فقط اذن فهو في سقوط حر

حسب القانون الثاني لنيوتن  $\vec{P} = m\vec{g}$  ومنه فان  $g = a$

3-2. نحدد قيمة  $\alpha$  في المجال  $0 \leq t \leq 2s$  نجد :  $\alpha \approx 10m/s^2$  اذن  $V = 10t$

نعلم أن  $a = \frac{dV_G}{dt} = 10m/s^2$  ومنه نستنتج أن  $g = a$

4-2. المعادلة الزمنية التي يحققها  $y(t) = \frac{1}{2}gt^2$

خلال المدة الزمنية  $t=2s$  يقطع المظلي المسافة (نعوض  $t$  في المعادلة الزمنية فنجد)

$$y(t = 2s) = \frac{1}{2}gt^2 = 20m$$

مرحلة 2 تأثير الهواء غير مهمل و المظلة غير مفتوحة:  $[2s; 24s]$

3-1. نلاحظ من خلال مخطط السرعة أن سرعة المظلي تتغير بشكل غير منتظم اذن  $a \neq cte$  (حركة متسارعة).

3-2. من خلال تغيرات  $V = f(t)$  يمكن أن نستنتج أن المظلي يخضع بالإضافة إلى وزنه لقوة إضافية رأسية تبطئ حركته قوة الاحتكاك بالهواء أنظر الشكل جانبه

3-3. بما أن قوة الاحتكاك تتمزج بالعلاقة التالية  $f = kV_G^n$

اذن قوة الاحتكاك غير ثابتة لأنها تتعلق بالسرعة بتطبيق القانون الثاني لنيوتن نجد:

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow mg - f = m \frac{dV}{dt} \Rightarrow f = m(g - \frac{dV}{dt}) \quad **$$

3-4. من خلال تغيرات  $V = f(t)$  عند اللحظة  $t = 24s$  نجد:

$$V_{G1} = 70m/s$$

3-5. عند اللحظة  $t = 24s$  تكون السرعة قصوية أي  $(\frac{dV}{dt})_{t=24s} = 0$



## تطبيقات قانون نيوتن 2 باك ع ف

ثانوية عبد الله الشغشاوي

الأستاذ بنساعد

من خلال العلاقة \*\* نجد  $f = mg = 800N$

3-6. نمذجة القوة

الحالة 1 نعتبر  $f = 11,25.V^2 = 55125N$  هذا يعني أن  $f \gg P$

الحالة 1 نعتبر  $f = 11,25V = 787,5N$  هذا يعني أن  $f \approx P$

ادن النموذج الأفضل هو الذي تكون فيه قيمتي شديتي الوزن و قوة الاحتكاك متقاربتين أكثر عندما تصل السرعة إلى قيمتها الحدية (بإهمال دافعة أرخميدس) و منه فإن النموذج الأنسب هو  $f = 11,25V_G$

### مرحلة 3: فتح المظلة

4-1. السرعة تتناقص ابتداء من اللحظة 24s اذن فتح المظلة تم عند اللحظة 24s

4-2. القوى المطبقة على المظلي أنظر الشكل

4-3. المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة مركز القصور

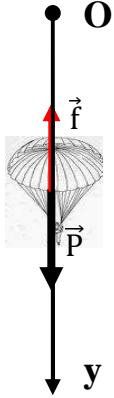
بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{f} + \vec{P} = m\vec{a}$$

الإسقاط على المحور Oy

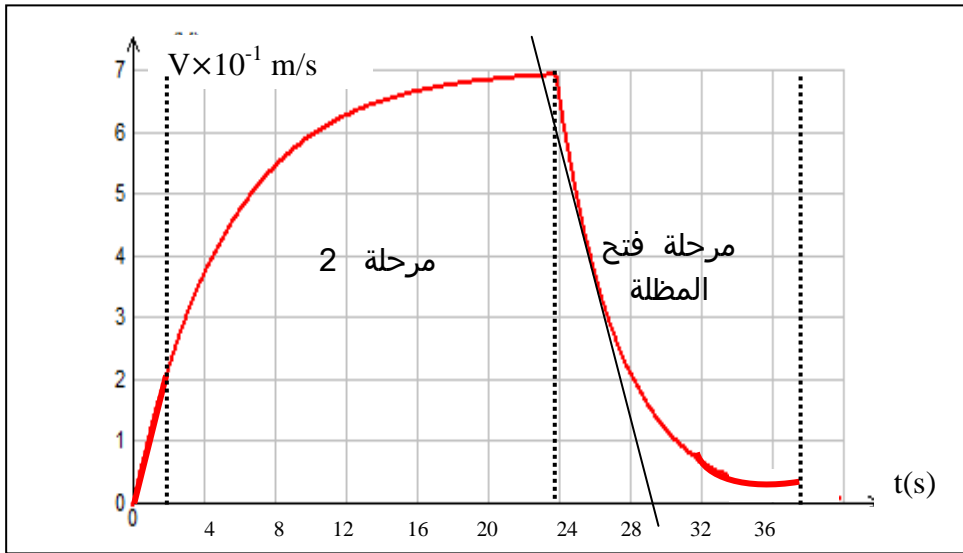
$$mg - f = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow f = m(g - \frac{dv}{dt})$$



نحدد التسارع اللحظي لمركز قصور المظلي بتعين المعامل الموجه لماس المنحنى  $V = f(t)$  عند اللحظة

$t=26s$  انظر منحنى نجد  $(\frac{dv}{dt})_{26s} = -12m/s^2$  ومنه  $f = 1760N$

4-4. من خلال المنحنى نلاحظ أن المظلي يصل بسرعة  $V_G \approx 3m/s$



صلاح الدين بنساعد 2011